

## METODE ELIMINASI GAUSS

Untuk memecahkan sistem persamaan liner berikut:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \dots a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot \quad \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \quad \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} \dots a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ b_n \end{bmatrix} \text{ yaitu : } \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$$

Jika elemen- elemen matriks  $\mathbf{b}$  kita tuliskan dalam matriks  $\mathbf{A}$  , maka kita peroleh **matriks yang diperluas** (*Augmented Matrix*)  $\mathbf{B}$  untuk system persamaan berikut:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} \dots a_{1n} & & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \dots a_{2n} & & b_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} \dots a_{nn} & & b_n \end{array} \right]$$

- ❖ Eliminasi elemen-elemen dalam kolom pertama, kecuali elemen  $a_{11}$  , dengan jalan mengurangi baris kedua dengan  $a_{21}/a_{11}$  kali baris pertama, demikian seterusnya.
- ❖ Langkah ini menghasilkan matriks baru yang berbentuk:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} \dots a_{1n} & & b_1 \\ 0 & c_{22} & c_{23} \dots c_{2n} & & d_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & c_{n2} & c_{n3} \dots c_{nn} & & d_n \end{array} \right]$$

Proses tersebut diulangi lagi untuk mengeliminasi elemen kedua  $c_{i2}$  mulai dari baris ketiga ke bawah.

CONTOH:

Selesaikan sistem persamaan berikut:

$$x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 3$$

$$2x_1 - x_2 - x_3 = 11$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = -5$$

Persamaan ini dapat dituliskan:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 11 \\ -5 \end{bmatrix}$$

Matriks yang diperluas menjadi:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 3 \\ 2 & -1 & -1 & 11 \\ 3 & 2 & 1 & -5 \end{array} \right]$$

Kurangi baris kedua dengan 2/1 kali baris pertama dan baris ketiga dengan 3/1 kali baris pertama. Langkah ini memberikan:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & -5 & 5 & 5 \\ 0 & -4 & 10 & -14 \end{array} \right]$$

Kurangi baris ketiga dengan -4/-5 kali baris kedua, matriksnya menjadi:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & -5 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 6 & -18 \end{array} \right]$$

Akhirnya, letakkan kembali kolom kanan ke posisinya semula:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & -5 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ -18 \end{bmatrix}$$

Dengan substitusi mundur mulai dari yang paling bawah, diperoleh:

$$\begin{aligned} 6x_3 &= -18; & \rightarrow & x_3 = -3 \\ -5x_2 + 5x_3 &= 5 \rightarrow -5x_2 - 15 = 5 \rightarrow & x_2 &= -4 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 &= 3 \rightarrow x_1 - 8 + 9 = 3 \rightarrow & x_1 &= 2 \end{aligned}$$

LATIHAN:

Selesaikan sistem persamaan berikut:

$$x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 21$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 = 3$$

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 = -2$$