

PEMODELAN SEBAGAI SARANA DALAM MENCAPAI SOLUSI OPTIMAL

Tiny Mananoma

Mahasiswa S3 Jurusan Teknik Sipil FT-UGM
Jurusan Teknik Sipil Fakultas Teknik Universitas Sam Ratulangi, Manado.
Kampus Unsrat Bahu, Manado, Sulawesi Utara
email : tmananoma@yahoo.com

Widandi Soetopo

Jurusan Teknik Sipil Fakultas Teknik Universitas Brawijaya, Malang.
Jln. Mayjend Haryono 167 Malang
email : wid131475835@yahoo.co.uk

ABSTRAKSI

Sebuah model diperlukan bilamana percobaan dengan sistem nyata merupakan sesuatu yang tidak mungkin untuk dilakukan. Pada model matematik kecocokan model terhadap fenomena alam yang dideskripsikan tergantung dari ketepatan formulasi persamaan matematiknya. Model matematik seringkali digunakan untuk mempelajari fenomena alam nyata yang kompleks dengan cara analisis, serta untuk menyelidiki hubungan antara parameter yang mempengaruhi fungsi sistem dalam proses yang kompleks.

Dalam situasi dimana penyelesaian masalah untuk sistem yang kompleks sangat sulit dianalisis secara langsung dengan cara analitik, maka simulasi merupakan cara yang paling sesuai untuk memperoleh jawaban yang relevan.

Teknik optimasi pada simulasi dimaksudkan agar cepat mendekati solusi optimal yaitu yang memberikan respons optimal terhadap fungsi tujuan serta masih memenuhi kendala.

Kata kunci : model matematik, simulasi, optimasi.

ABSTRACT

A model is required in the situation where experimenting with real system is impossible. In mathematical models, the degree of conformity of model in describing the real phenomenon depend on the accuracy of mathematical equations being used. This kind of model has often been used for analyzing real time phenomenon or complex systems, and for studying the relationship between parameters in systems with complicated processes.

In the situation where the solution of the problems in analyzing complicated systems directly is very difficult, simulation is the most appropriate method for obtaining relevant solution.

The application of optimization techniques in the simulation procedures is intended for quickly in getting toward the optimal solution, which is the optimal response of the objective function while still content with the constraints.

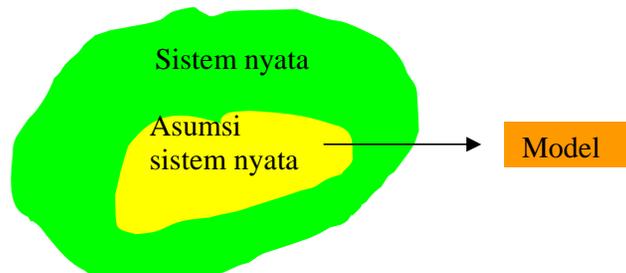
Keywords : mathematical models, simulation, optimization.

1. PENDAHULUAN

Model memegang peranan penting di bidang ilmu pengetahuan. Biasanya dari segi ekonomi untuk menghemat (waktu, biaya) ataupun komoditi berharga lainnya. Pemodelan bisa juga dilakukan untuk menghindari resiko kerusakan sistem nyata.

Dengan demikian sebuah model diperlukan bilamana percobaan dengan sistem nyata menjadi terhalang karena mahal, berbahaya ataupun merupakan sesuatu yang tidak mungkin untuk dilakukan. Taha (1992) bahwa asumsi sistem nyata diwujudkan dari sistem nyata dengan menentukan faktor-faktor dominan (variabel, kendala, dan parameter) yang mengendalikan perilaku dari sistem nyata.

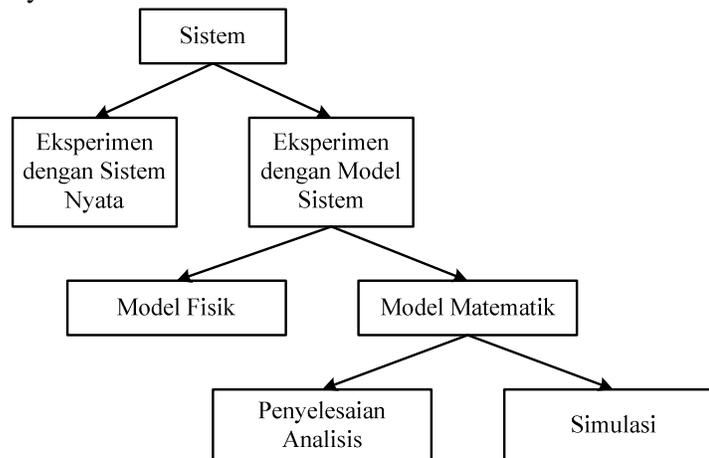
Phillips (1976) dalam *operation research*, yang dimaksudkan dengan model adalah representasi sederhana dari sesuatu yang nyata. Dengan pengertian ini menunjukkan bahwa model selalu tidak sempurna.



Gambar 1. Abstraksi pemodelan
Sumber : Taha, 1992.

Adakalanya lingkungan nyata terlalu rumit sehingga sekedar untuk memahaminya ataupun untuk mengkomunikasikan dengan orang lain diperlukan sebuah model yang representatif. Model semacam ini banyak ditemui dalam ilmu kehidupan, kimia fisik dan fisika. Sebagai contoh : model atom, model struktur genetika, persamaan matematik yang menjabarkan dalil fisika tentang gerakan ataupun reaksi kimia.

Dengan demikian menjadi jelas bahwa untuk kondisi tertentu biasanya perlu membangun sebuah model yang mewakili sistem nyata serta mempelajarinya sebagai pengganti sistem nyata.



Gambar 2. Klasifikasi pemodelan sistem
Sumber : Law dan Kelton, 1991.

2. MODEL FISIK, MODEL ANALOG Vs MODEL MATEMATIK / DIGITAL

Kerap kali sebuah model berbentuk fisik. Pada **model fisik** replika atau tiruan dilaksanakan dengan menirukan domain /ruang/daerah dimana fenomena atau peristiwa alam tersebut terjadi. Tiruan domain dapat lebih besar ataupun lebih kecil dibandingkan dengan keadaan nyata di alam. Kesesuaian dari model ini ditentukan oleh seberapa mungkin kesebangunan (geometris, kinematis, dan dinamis) di alam dapat ditirukan ke dalam model. Misalnya, seorang ahli struktur yang mempelajari bagian struktur pesawat ruang angkasa dalam versi skala kecil. Contoh lainnya, umur rencana operasi pesawat terbang dipengaruhi oleh hasil penelitian model di dalam terowongan angin. Untuk bidang Teknik Sipil misalnya, model bendung, dan model bangunan pelimpah

Sedangkan **model analog** adalah model yang merepresentasikan proses pada sistem nyata dengan menggunakan benda lain yang memiliki sifat/prinsip yang sama. Benda yang digunakan dapat bersifat fisik, mekanik, ataupun listrik. Dapat dikatakan bahwa pada model analog replika/tiruan dilaksanakan dengan menganalogikan suatu fenomena/peristiwa alam dengan fenomena/peristiwa alam yang lain kemudian dibuatkan model fisiknya. Sebagai contoh : peristiwa aliran air tanah di bawah bendung ditirukan dengan model yang menggunakan arus listrik.

Cooper (1977) jenis model yang paling sering digunakan oleh para insinyur dan ilmuwan adalah non fisik yang dikenal sebagai model matematik.

Model matematik adalah representasi ideal dari sistem nyata yang dijabarkan / dinyatakan dalam bentuk simbol dan pernyataan matematik. Dengan kata lain model matematik merepresentasikan sebuah sistem dalam bentuk hubungan kuantitatif dan logika, berupa suatu persamaan matematik.

Pada model matematik replika/tiruan dari fenomena/peristiwa alam dideskripsikan melalui satu set persamaan matematik. Kecocokan model terhadap fenomena alam yang dideskripsikan tergantung dari ketepatan formulasi persamaan matematiknya. Sebagai contoh

model matematik adalah model kecepatan aliran saluran terbuka berikut ini, $V = \frac{1}{n} R^{2/3} \sqrt{S}$ dengan kecepatan (V), koefisien kekasaran Manning (n), radius hidraulik (R), serta kemiringan garis energi (S).

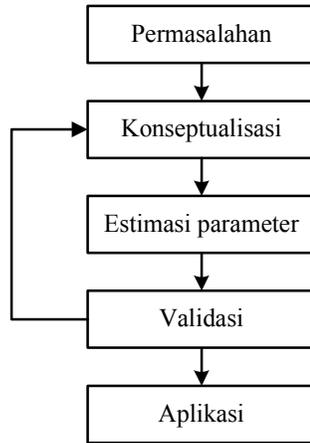
Model matematik seringkali digunakan untuk mempelajari fenomena alam nyata yang kompleks dengan cara analisis, serta untuk menyelidiki hubungan antara parameter yang mempengaruhi fungsi sistem dalam proses yang kompleks.

Dengan model matematik mempunyai lebih banyak keuntungan daripada mendeskripsikan permasalahan secara lisan, karena model ini mendeskripsikan permasalahan dengan sangat ringkas. Keseluruhan struktur permasalahan cenderung menjadi lebih dapat dipahami, serta membantu mengungkapkan hubungan sebab - akibat yang penting.

Model matematik yang ditulis sesuai dengan bahasa pemrograman untuk digunakan pada komputer digital dinamakan **model digital**.

3. PROSEDUR PEMODELAN

Proses pembangunan sebuah model matematik dapat dibagi dalam beberapa tahap berikut.



Gambar 4. Proses Pemodelan
Sumber : Rinaldi dkk, 1979.

Tahap konseptualisasi meliputi :

1. pemilihan variabel relevan,
2. pembentukan konsep terhadap perubahan dan interaksi variabel,
3. menentukan struktur model.
4. eksplorasi sifat-sifat umum model diantaranya : keseimbangan, kestabilan, sensitivitas.

Analisis pada tahap ini menjadi sangat penting, sebagai dasar rasional terhadap validasi struktur model. Jika perbandingan antara analisis ini dengan data yang tersedia tidak memuaskan, struktur model seringkali dimodifikasi atau disarankan mengumpulkan pengamatan baru dari fakta-fakta penelitian. Hasil pada tahap konseptualisasi yaitu model dengan struktur matematik yang biasanya sangat homogen.

Ketika menetapkan suatu model tertentu, perlu untuk memberikan nilai-nilai kuantitatif terhadap beberapa besaran yang tak diketahui, yang disebut parameter. Inilah sebabnya mengapa pilihan yang sangat cermat untuk data model disebut estimasi parameter. Keseluruhan tahap konseptualisasi dan estimasi parameter dinamakan identifikasi sistem.

Sebuah model memerlukan ringkasan ideal sedemikian rupa tentang permasalahan, sehingga biasanya diperlukan perkiraan serta penyederhanaan asumsi-asumsi dengan harapan model mampu memecahkan permasalahan. Oleh karenanya harus hati-hati dalam memastikan bahwa model masih tetap merepresentasikan permasalahan.

Setelah melalui tahap identifikasi sistem, model kemudian divalidasi. Dimaksudkan untuk memeriksa apakah model mereproduksi pengamatan-pengamatan yang tidak digunakan pada tahap identifikasi. Hasil dari tahap validasi bisa jadi sangat tidak memuaskan. Jika demikian kembali lagi ke tahap konseptualisasi guna modifikasi struktur model.

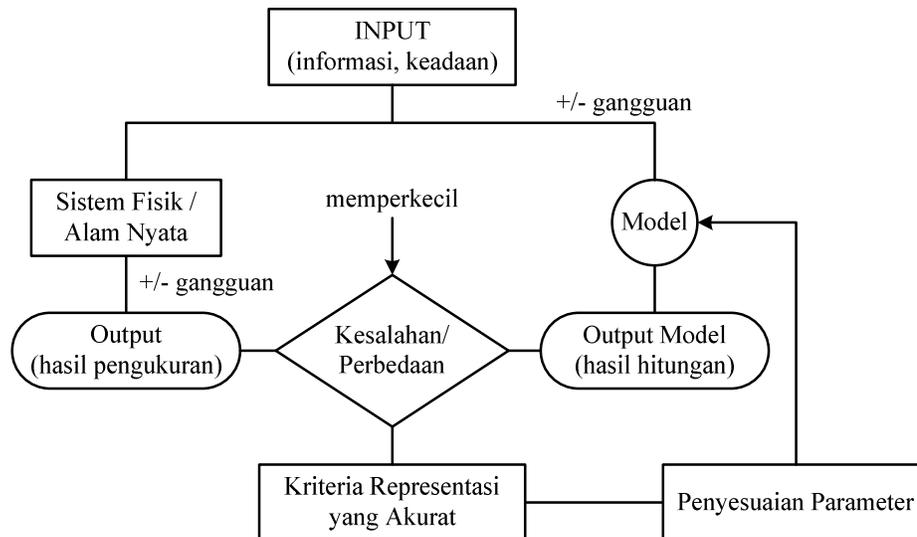
Model yang telah melalui tahap validasi, kemudian digunakan untuk mempertimbangkan kemungkinan penyelesaian yang menjadi titik awal dari usaha pemodelan.

Kriteria yang tepat untuk menilai validitas model yaitu memeriksa apakah model memprediksi pengaruh relatif terhadap perlakuan yang berbeda dengan ketepatan yang cukup untuk sebuah keputusan atau tidak. Sebagai konsekuensinya bisa jadi mengubah/modifikasi model.

4. KONSEP MODEL MATEMATIK

Ketika mengembangkan model matematik, pendekatan yang baik adalah memulai dengan sebuah versi yang sangat sederhana kemudian mengarah pada pengembangan model yang lebih terperinci yang mencerminkan kekompleksan dari sistem nyata.

Untuk lebih jelasnya konsep model matematik dapat dilihat pada gambar berikut ini. Bagian kiri dari Gambar 3, memperlihatkan sistem fisik/alam nyata. Tujuan untuk mengembangkan sebuah representasi konseptual dari sistem nyata, yang dikenal sebagai model diperlihatkan pada bagian kanan.



Gambar 3. Konsep model matematik
Sumber : Fleming, 1975.

Taha (1992) pembentukan suatu model matematik dapat dimulai dengan menentukan variabel (*variable*), kendala (*constraint*) serta tujuan (*objective*) terhadap suatu model sistem. Bilamana terdapat keputusan sejumlah n hubungan terukur (x_1, x_2, \dots, x_n) yang akan dibuat, dinyatakan sebagai **variabel keputusan** (*decision variabel*) dimana masing-masing nilainya akan ditentukan. Dengan hasil pengukuran yang tepat/sesuai kemudian diekspresikan sebagai fungsi matematik dari variabel keputusan. Misalnya $(P = 3x_1 + 2x_2 + \dots + 5x_n)$ persamaan ini dinamakan **fungsi tujuan** (*objective function*). Dalam variabel keputusan dapat juga disertakan suatu nilai yang membatasi, misalnya $(x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 10)$. Pernyataan matematik seperti ini dinamakan **kendala** (*constraint*). Sedangkan konstanta pada fungsi tujuan dan kendala dikenali sebagai **parameter model**.

Tahap kritis dalam perumusan model matematik yaitu ketika menyusun fungsi tujuan. Ini memerlukan pengembangan pengukuran kuantitatif dari hubungan relatif yang ditunjukkan oleh setiap objek yang sudah dirumuskan untuk dipelajari. Untuk itu tidak perlu

memasukkan detail yang tidak penting, ataupun faktor yang diperkirakan akan memberikan pengaruh yang sama terhadap semua perlakuan alternatif yang dipertimbangkan.

Dalam suatu model matematik untuk mengetahui unjuk kerja model, maka harus dicari/dihitung persamaan-persamaan pembentuk model tersebut. Penyelesaiannya dapat berupa analitis maupun numeris.

Model matematik kemudian harus diuji untuk melihat sejauh mana model itu dapat digunakan untuk menjawab pertanyaan yang mungkin timbul berkaitan dengan sistem yang digambarkan. Dalam memastikan apakah syarat-syarat ini terpenuhi, penting untuk melakukan pengujian yang sungguh-sungguh.

5. MODEL SIMULASI

Loucks dkk (1981), dua pendekatan dasar dalam menyelesaikan model-model perencanaan yaitu **simulasi** dan **optimasi**. Bisa jadi simulasi adalah metode yang paling luas penggunaannya dalam mengevaluasi berbagai alternatif sistem sumberdaya air. Teknik ini mengandalkan cara coba-banding (*trial-and-error*) untuk memperoleh hasil yang mendekati optimal.

Model matematik yang telah melalui proses kalibrasi dan verifikasi dengan memuaskan, sudah memenuhi syarat sehingga dapat digunakan untuk simulasi.

Sudjarwadi (1989), model simulasi mempunyai maksud untuk mereproduksi watak esensial dari sistem yang dipelajari. Teknik simulasi dapat dibayangkan dengan percobaan (eksperimen), sebagai penyelesaian masalah untuk mempelajari sistem yang kompleks yang tidak dapat dianalisis secara langsung dengan cara analitik.

Menurut Yekti (2000) teknik simulasi merupakan metode kuantitatif yang menggambarkan perilaku suatu sistem. Digunakan untuk memperkirakan keluaran (*output*) dari masukan (*input*) sistem yang telah ditentukan.

Phillips dkk (1976), dalam situasi dimana perumusan secara matematik menghadapi banyak rintangan, maka simulasi merupakan cara yang paling sesuai untuk memperoleh jawaban yang relevan. Untuk itu beberapa pertimbangan berikut ini mungkin tepat dalam penggunaan analisis simulasi.

1. Simulasi memungkinkan untuk belajar serta bereksperimen terhadap interaksi yang kompleks dari sistem.
2. Melalui simulasi dapat dipelajari efek perubahan lingkungan, organisasi maupun informasi terhadap operasi sistem, dengan membuat perubahan pada model sistem serta mengamati efek perubahannya terhadap perilaku sistem
3. Pengamatan yang mendetail terhadap sistem yang disimulasikan, memberikan pemahaman yang semakin baik mengenai sistem tersebut.
4. Pengalaman merancang model simulasi mungkin lebih berharga daripada simulasi itu sendiri. Pengetahuan yang diperoleh dalam merancang suatu studi simulasi, sering mendorong untuk mensimulasikan perubahan yang terjadi pada sistem. Melalui simulasi efek dari perubahan tersebut dapat diuji, sebelum menerapkannya pada sistem nyata.
5. Simulasi dari sistem yang kompleks dapat memberikan pemahaman yang mendalam terhadap variabel-variabel yang dominan dalam sistem, serta bagaimana variabel-variabel ini berinteraksi.

6. Simulasi dapat berfungsi sebagai sarana uji coba untuk menilai kebijakan baru ataupun pengambilan keputusan dalam operasi sistem, sebelum memutuskan untuk menerapkannya pada sistem nyata.

Loucks dkk (1981), metode simulasi tidak dapat mengidentifikasi kebijakan operasi serta disain yang optimal. Akan tetapi merupakan suatu cara yang sempurna untuk mengevaluasi hasil yang diharapkan dari setiap pelaksanaan disain dan kebijakan operasi.

6. METODE OPTIMASI

Gill dkk (1993), metode optimasi dalam hubungan matematik biasanya menyangkut pengertian memaksimalkan atau meminimalkan.

Setiap problem optimasi menurut Mays dan Tung (1992) memiliki dua bagian penting yaitu fungsi tujuan (*objective function*) serta serangkaian kendala (*constraints*). Fungsi tujuan menjelaskan kriteria yang ingin dicapai oleh sistem. Sedangkan kendala menjelaskan proses atau sistem yang sedang didisain atau dianalisis.

Bronson (1983), dalam suatu problem optimasi diusahakan untuk memaksimalkan ataupun meminimalkan suatu besaran spesifik sebagai "tujuan" (*objective*), yang tergantung dari input sejumlah variabel keputusan.

Keputusan yang optimal menurut Mays dan Tung (1992) berupa serangkaian nilai variabel keputusan yang memberikan respons optimal terhadap fungsi tujuan serta masih memenuhi kendala.

Berdasarkan sifat dari fungsi tujuan dan kendala maka problem optimasi dapat diklasifikasikan sebagai : a) linier vs non linier, b) deterministik vs probabilistik, c) statik vs dinamik, d) kontinu vs diskrit, e) parameter lump vs parameter distribusi.

Penggunaan metode optimasi tergantung dari : a) tipe fungsi tujuan, b) tipe kendala, c) jumlah variabel keputusan.

7. TEKNIK OPTIMASI PADA PROSEDUR SIMULASI

Prosedur konvensional untuk disain dan analisis didasarkan pada cara iterasi coba - banding (*trial-and-error*). Cara ini menjadi dasar dalam proses coba - banding yang umum digunakan pada model simulasi dalam usaha mencapai sebuah solusi yang optimal. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada Gambar 4.

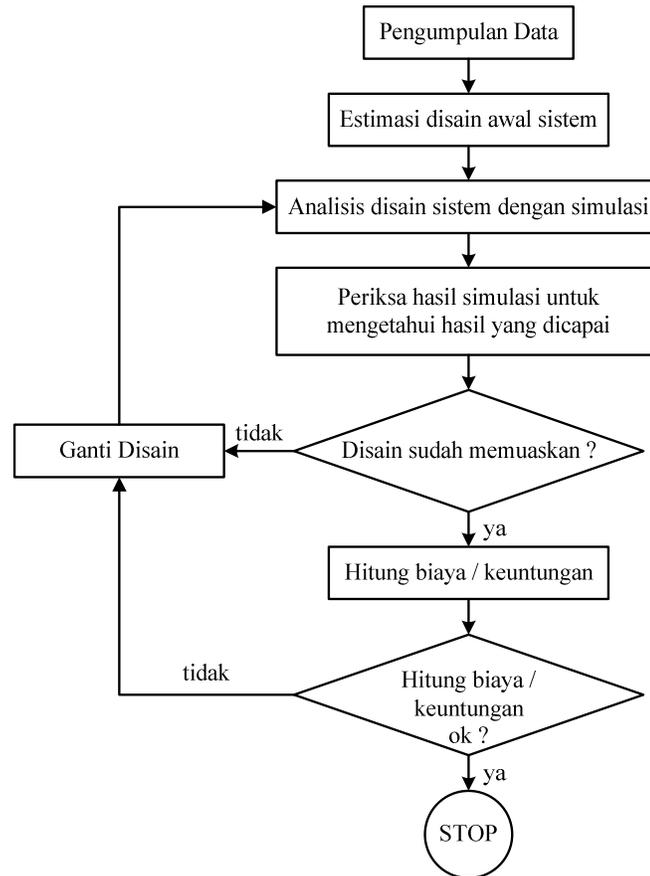
Mays dan Tung (1992), prosedur optimasi menghapuskan proses *trial-and-error* pada perubahan disain dengan mensimulasikan kembali setiap disain yang baru dirubah. Malahan sebuah model optimasi secara otomatis merubah parameter-parameter disain.

Berbagai usaha telah dilakukan orang untuk meningkatkan kemampuan simulasi sebagai alat optimasi. Hingga sekarang ini terdapat sejumlah teknik optimasi untuk simulasi (Arsham, 1996) beberapa diantaranya seperti berikut ini.

- a. **Deterministic search techniques**, memiliki karakteristik umum seperti pada teknik optimasi deterministik. Nilai fungsi tujuan diganti dengan nilai estimasi yang diperoleh melalui proses simulasi. Termasuk kategori ini yaitu : *Heuristic search*, *Complete enumeration and random search*, serta *Response surface search*.
- b. **Pattern search**, mempunyai asumsi dasar dimana setiap rangkaian langkah-langkah yang berhasil dalam melacak kondisi mendekati optimal patut diulangi lagi.
- c. **Evolutionary techniques**, prinsip dasarnya bahwa alam (*nature*) merupakan optimizer yang handal. Dengan menganalisis mekanisme optimasi alam, bisa jadi ditemukan

teknik penyelesaian yang dapat diterima untuk memecahkan problem yang kompleks. Dua teknik yang termasuk kategori ini yaitu : *Simulated annealing* dan *Genetic techniques*.

- d. **Gradient surface method (GSM)**, merupakan gabungan kemampuan dari teknik *Response surface methods* dengan teknik estimasi gradien. Keuntungan dari teknik ini yaitu cepat mendekati solusi optimal karena orientasinya bersifat global.



Gambar 4. Proses konvensional disain dan analisis
 Sumber : Mays dan Tung, 1992.

8. KESIMPULAN

- Untuk beberapa alasan serta kondisi tertentu biasanya perlu membangun sebuah model yang mewakili sistem nyata serta mempelajarinya sebagai pengganti sistem nyata.
- Model matematik merupakan representasi ideal dari sistem nyata yang dijabarkan/ dinyatakan dalam bentuk simbol dan pernyataan matematik. Kesesuaian model terhadap fenomena alam yang dideskripsikan tergantung dari ketepatan formulasi persamaan matematiknya.
- Dalam situasi dimana penyelesaian masalah untuk mempelajari sistem yang kompleks sangat sulit dianalisis secara langsung dengan cara analitik, maka simulasi merupakan cara yang paling sesuai untuk memperoleh jawaban yang relevan

- d. Teknik optimasi pada simulasi dimaksudkan agar cepat mendekati solusi optimal yaitu yang memberikan respons optimal terhadap fungsi tujuan serta masih memenuhi kendala.

DAFTAR PUSTAKA

- Arsham,H., 1996, *System Simulation : The Shortest Distance from Learning to Applications*, diakses tanggal 29 Mei 2008, <http://ubmail.ubalt.edu/~harsham/simulation/sim.htm>
- Bronson,R., 1983, *Theory and Problem of Operation Research*, Schaum's Outline Series, McGraw-Hill Book Co., Singapore, 1.
- Cooper,L., Bhat,U.N., and LeBlanc,L.J., 1977, *Introduction to Operation Research Models*, W.B.Saunders Company, Philadelphia, pp 7-8.
- Fleming,G., 1975, *Computer Simulation Techniques in Hydrology*, American Elsevier Publishing Co.,Inc., New York, pp 25-52.
- Gill,P.E., Murray,W., and Wright,M.H., 1993, *Practical Optimization*, Academic Press,Inc, London, pp 1, 261-263.
- Hillier,F.S., and Lieberman,G J., 1990, *Introduction to Operations Research*, McGraw-Hill,Inc., Singapore, pp 3-37.
- Luknanto,Djoko., 1993, *Model Matematika*, Makalah, PAU Ilmu Teknik, Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta.
- Law,A.M., and Kelton,W.D., 1991, *Simulation Modeling and Analysis*, McGraw-Hill,Inc., Singapore, pp 1-7, 106-116.
- Loucks,D.P., Stedinger,J.R. and Haith,D.A., 1981, *Water Resource Systems Planning and Analysis*, Prentice-Hall,Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, pp 21-23, 63-65, 307-308, 430-433.
- Mays,L.W., and Tung,Y-K., 1992, *Hydrosystems Engineering & Management*, McGraw-Hill,Inc, Singapore, pp 12-19.
- Phillips,D.T., Ravindran.A., and Solberg.J., 1976, *Operations Research Principles and Practice*, John Wiley & Sons,Inc, Toronto, pp 1-11, 359-367
- Rinaldi.S., Soncini-Sessa.R., Stehfest.H., and Tamura.H., 1979, *Modelling and Control of River Quality*, McGraw-Hill,Inc., London, pp 14-16.
- Taha,H.A., 1992, *Operation Research-An Introduction*, Macmillan Publishing Company, New York, pp 1-10.