BAB III

ANALISIS REGRESI

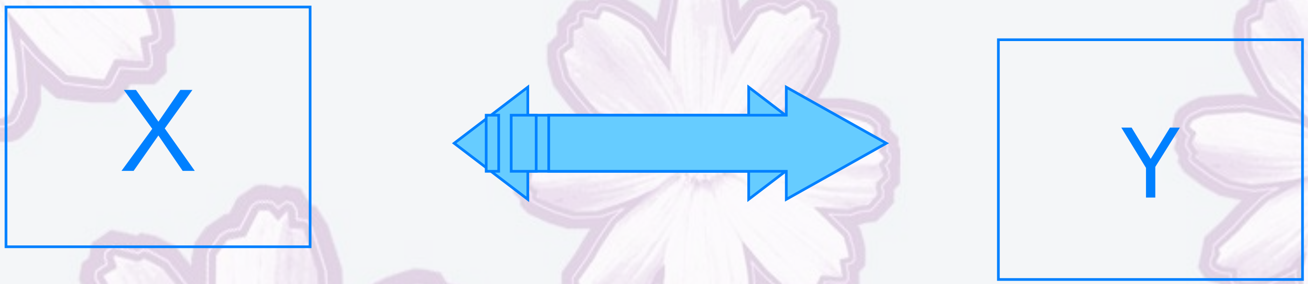
An Introduction

- **Regresi linier sering digunakan untuk melihat nilai prediksi atau perkiraan yang akan datang**
- **Apabila X dan Y mempunyai hubungan, maka nilai X yang sudah diketahui dapat digunakan memperkirakan Y**
- **Perkiraan mengenai terjadinya sesuatu kejadian (nilai variabel untuk waktu yang akan datang, seperti prediksi produksi 3 tahun yang akan datang, prediksi harga bulan depan, ramalan jumlah penduduk 10 tahun mendatang, ramalan hasil penjualan tahun depan).**

Lanjutan

→**Variable Y yang nilainya akan diramalkan disebut variable tidak bebas (*dependent variable*)**

→ **sedangkan variable X yang nilainya digunakan untuk meramalkan nilai Y disebut variable bebas (*independent variable*) atau variable peramal (*predictor*) dan sering kali disebut variable yang menerangkan (*exsplanatory*).**



Prediktor

variabel indipenden

Variabel respon

Variabel dependen

Adakah korelasi/ hubungannya nya ?

Dapatkah variabel X memprediksi Y ?

Analisis Regresi

Analisis regresi digunakan untuk mengetahui bagaimana variabel dependen atau kriterium dapat diprediksikan melalui variabel independen atau prediktor secara individu atau parsial maupun secara bersama-sama atau simultan.

Ilustrasi hubungan positif

X

Pupuk
Berat
Badan

Y

Produksi
Tekanan
darah

Ilustrasi hubungan negatif

X

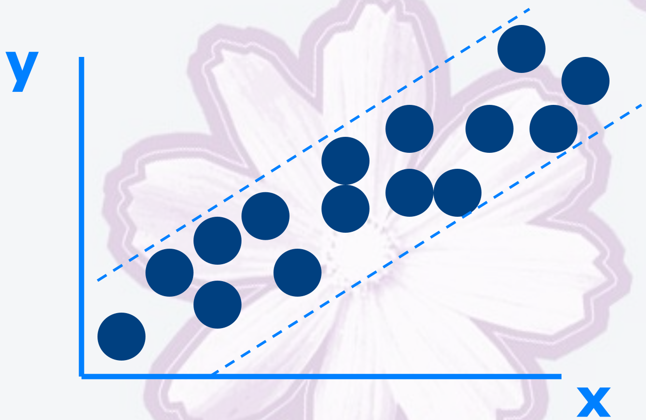
Jumlah aseptor
Harga suatu barang

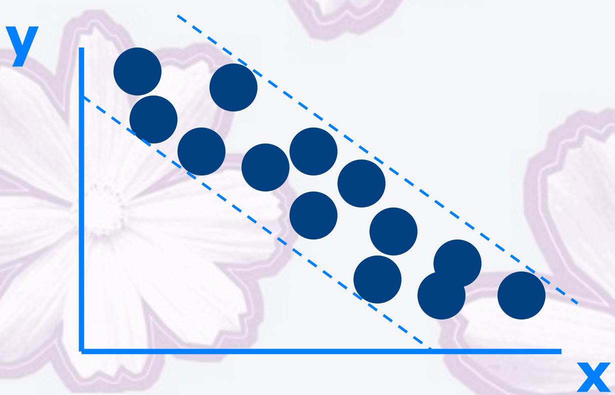
Y

Jumlah kelahiran
Permintaan barang darah

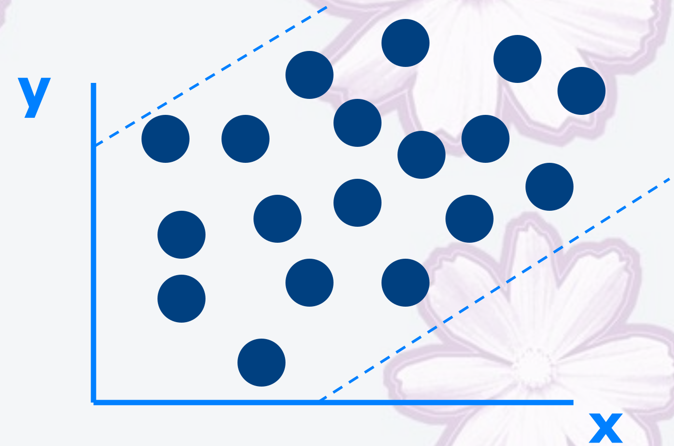
Scatter Plot Examples

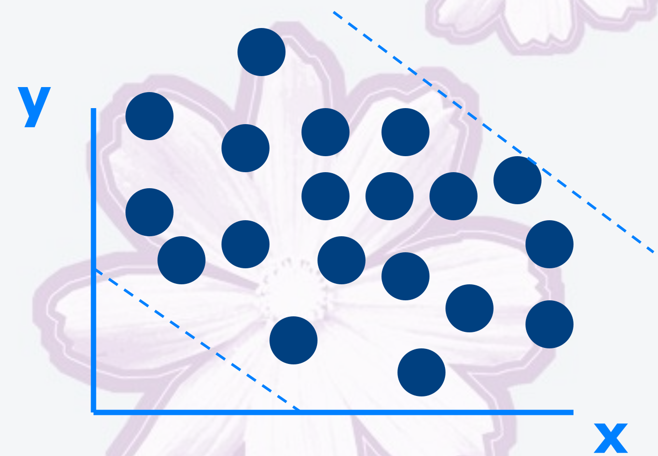
Strong relationships



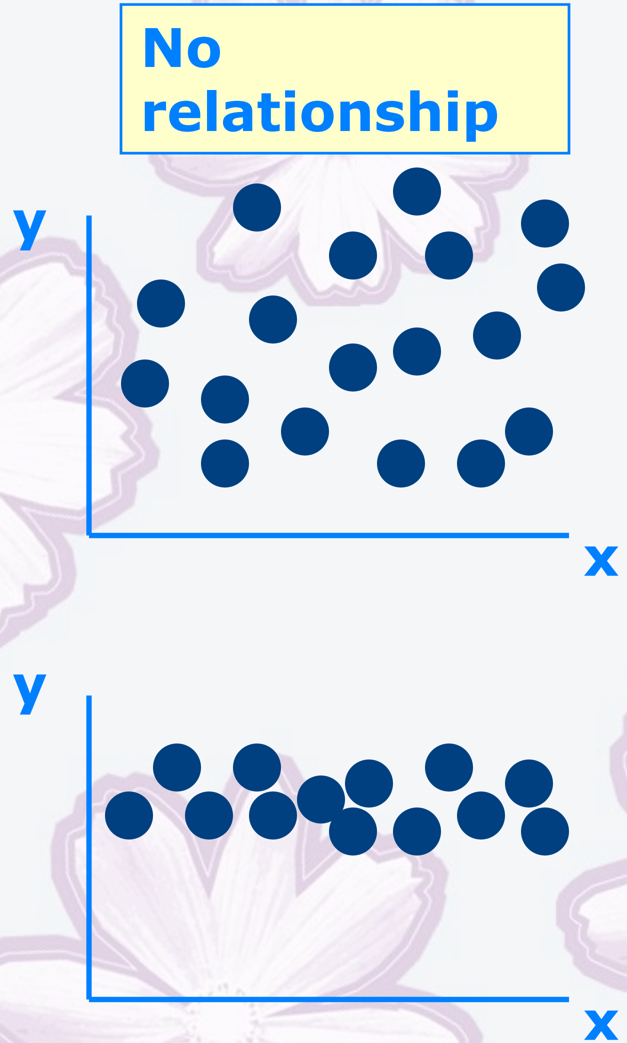


Weak relationships





Scatter Plot Examples



Jenis Analisis Regresi

I. Regresi linier jika hubungan antara variabel bebas terhadap variabel tak bebas berbentuk linier

- Regresi linier sederhana → $\hat{Y} = a + bX$
- Regresi linier berganda → $\hat{Y} = a + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3$

II. Regresi tak linier jika hubungan antara variabel bebas terhadap variabel tak berbentuk linier

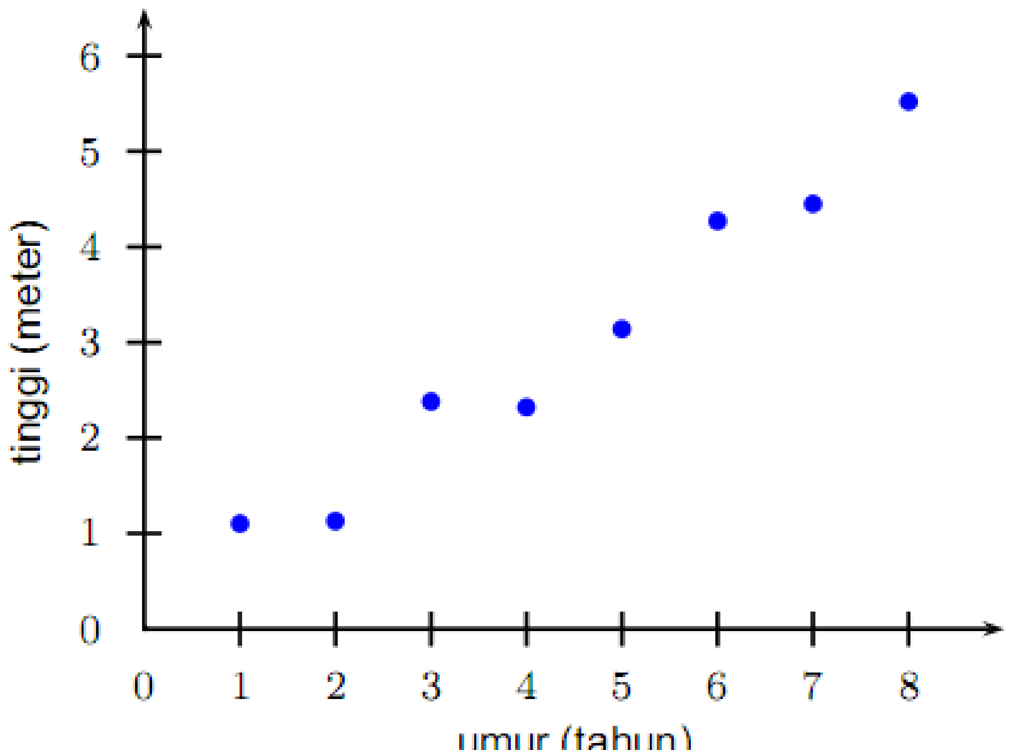
- Regresi kuadratik→ $\hat{Y} = a + bX + cX^2$
- $\hat{Y} = a + bX^2$
- Regresi kubik → $\hat{Y} = a + bX + cX^2 + dX^3$

  $\hat{Y} = a + bX^2 + cX^3$

  $\hat{Y} = a + bX^3$

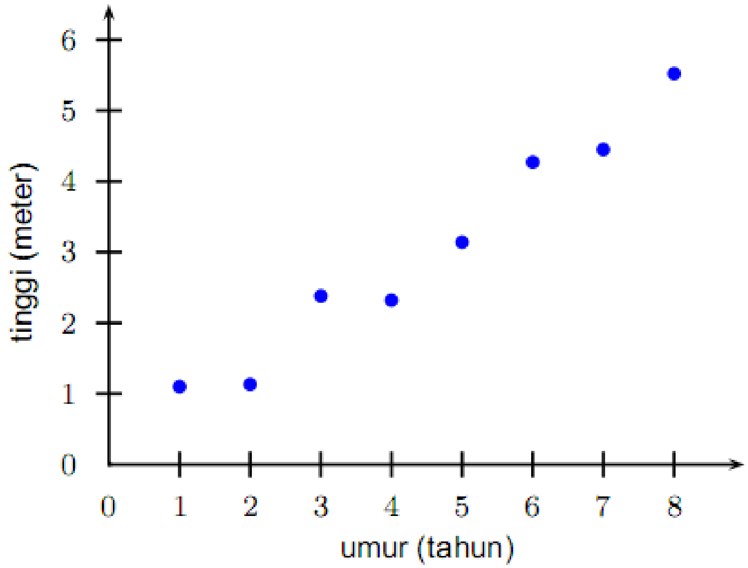
Regresi Linier Sederhana

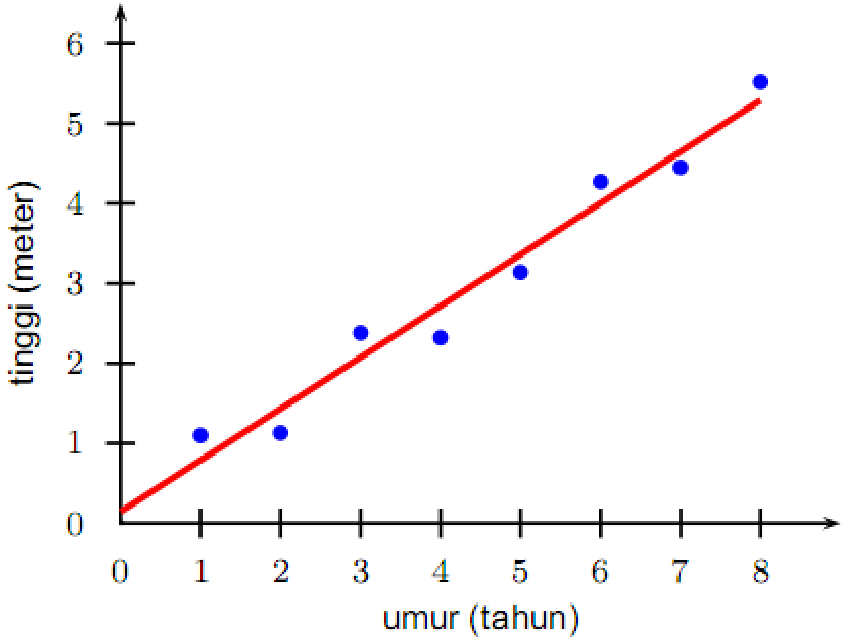
Akan dicari garis linear $\hat{y} = a + bx$ yang paling "mewakili" hubungan antara x (umur) dan y (tinggi)



Dipunyai data umur dan tinggi dari sampel 8 buah pohon jenis tertentu sbb.:

umur (tahun):	1	2	3	4	5	6	7	8
tinggi (meter):	1,10	1,13	2,38	2,32	3,14	4,27	4,45	5,52





Memilih persamaan Terbaik ..?

- Metode Seleksi Maju
- Metode Penyisihan
- Metode Bertahap
- Metode R-square maksimum (MAXR)
- Metode PRESS

Sembiring, 1995

- X_i variabel independen ke-*i*
- Y_i variabel dependen ke-*i* maka bentuk model regresi sederhana adalah :

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i, \quad i = 1,2,\ldots,n$$

dengan

$\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ atau a, b parameter yang tidak diketahui

ε_i sesatan random dgn asumsi

$$E[\varepsilon_i] = 0$$

$$Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$$

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i, \quad i = 1,2,\ldots,n$$

$$E[Y_i] = E[\alpha + \beta X_i + \varepsilon_i]$$

$$= \hat{\alpha} + \hat{\beta} X + E[\varepsilon_i]$$

So...

$$\hat{Y}_i = a + bX$$

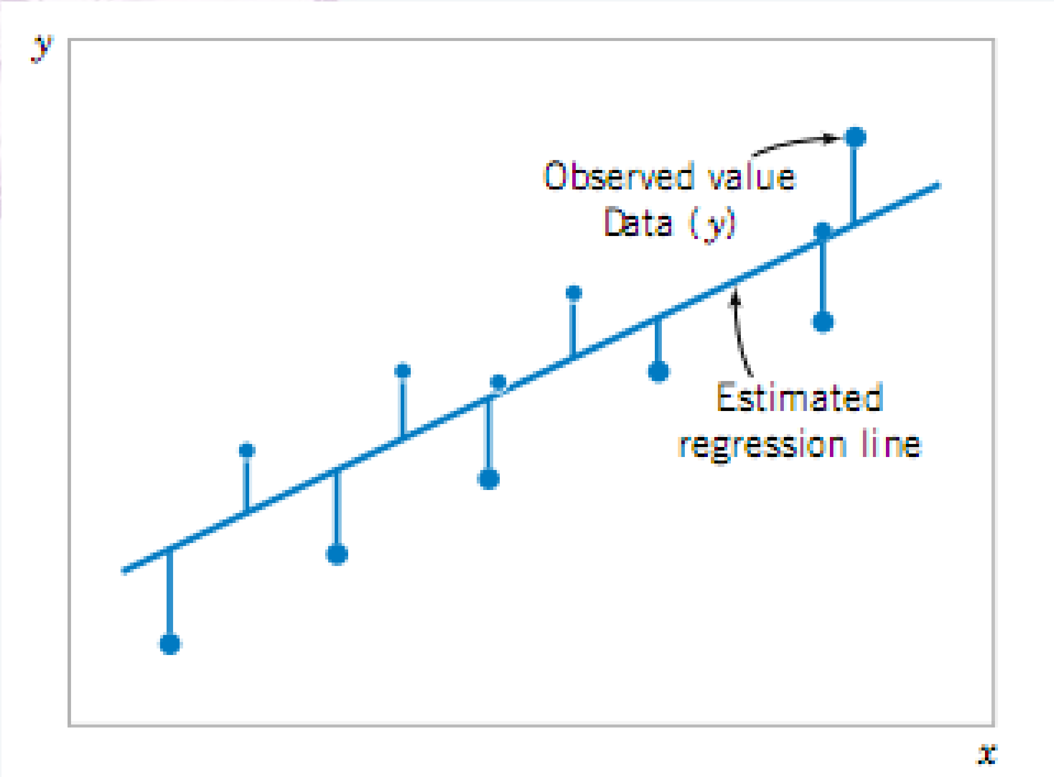
$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i, \quad i = 1,2,\ldots,n$$

$$V(Y_i) = V(\alpha + \beta X_i + \varepsilon_i)$$

$$= V(\alpha + \beta X_i) + V(\varepsilon_i)$$

So...

$$V(Y_i) = 0 + \sigma^2$$



DARI GARIS REGRESI SAMPEL DIPEROLEH :

$$e_i = Y_i - (\hat{\alpha} + \hat{\beta} X_i)$$

DAN

$$D = \sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - (a + bX_i))^2$$

Turunkan D
terhadap
a dan b !!!!

$$\frac{\partial D}{\partial a} = -2\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - a - bX_i\right) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} Yi - an - b\sum_{i=1}^{n} X_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} Yi - b\sum_{i=1}^{n} X_i = an$$

$$a = \sum_{i=1}^{n}\frac{Yi}{n} - b\sum_{i=1}^{n}\frac{X_i}{n}$$

$$= \overline{Y} - b\overline{X}$$

$$\frac{\partial D}{\partial b} = -2\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - a - bX_i\right)X_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - a\sum_{i=1}^{n} X_i - b\sum_{i=1}^{n} X_i^2 = 0$$

$$a = \frac{\sum y_i \sum x_i^2 - \sum x_i \sum x_i y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$b = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

ATAU

y	x	xy	x^2	y^2
. .	. .	. .	. .	. .
Σy	Σx	Σxy	Σx^2	Σy^2

$$b = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} \qquad \bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

Latihan

Carilah persamaan regresi Y pada X dari data Tabel :

Mat (X)	Fis (Y)	XY	X2	Y2
60	80	4800	3600	6400
45	69	3105	2025	4761
50	71	3550	2500	5041
60	85	5100	3600	7225
50	80	4000	2500	6400
65	82	5330	4225	6724
60	89	5340	3600	7921
65	93	6045	4225	8649
50	76	3800	2500	5776
65	86	5590	4225	7396
45	71	3195	2025	5041
50	69	3450	2500	4761
665	951	53305	37525	76095

$$b = \frac{\sum xy - \frac{(\sum x)(\sum y)}{n}}{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}$$

$$= \frac{53305 - \frac{(665)(951)}{12}}{37525 - \frac{(665)^2}{12}} = 0.8972$$

$$a = \bar{y} - b_1\bar{x} = 29.53$$

jadi diperoleh persamaan regresi :

$$\hat{Y}_i = 29.5294 + 0.8972\,X_i$$

MENGUJI KOEFISIEN REGRESI DENGAN ANALISIS VARIANSI

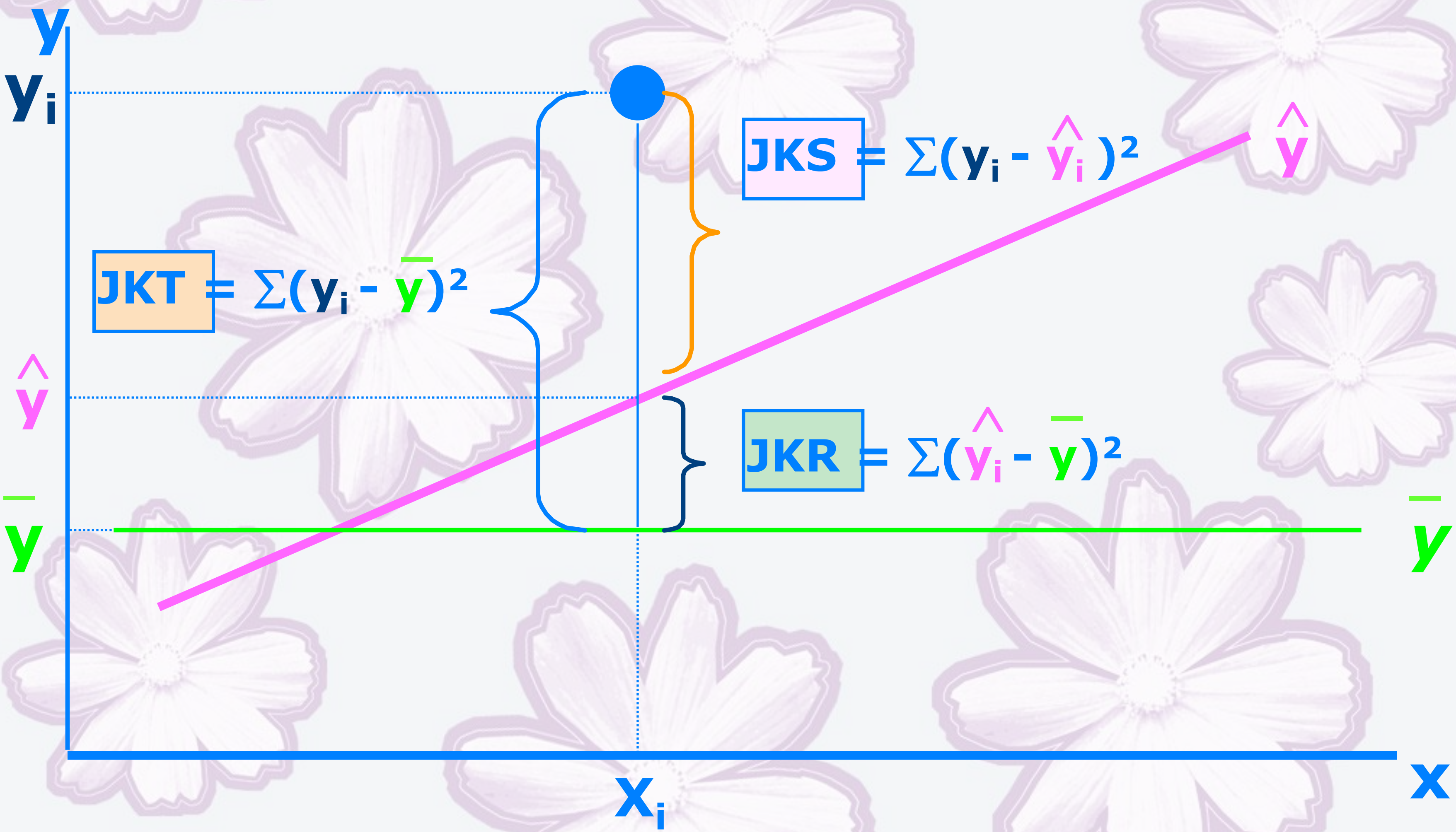
Perhatikan

$$\underbrace{\left(y_i - \bar{y}\right)}_{\text{Total}} = \underbrace{\left(\hat{y}_i - \bar{y}\right)}_{\text{regresi}} + \underbrace{\left(y_i - \hat{y}_i\right)}_{\text{sisa}}$$

$$\underbrace{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}_{JK_T} = \underbrace{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}_{JK_R} + \underbrace{2\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})(y_i - \hat{y}_i)}_{=0\ \text{(buktikan !!!)}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}_{JK_S}$$

Tentukan JKT dan JKR !

Variasi yang diterangkan dan Yang tidak dapat diterangkan



Example $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$

i. $H_0 : \beta_1 = 0$

$H_1 : \beta_1 \neq 0$

ii. Tingkat signifikansi 5%

iii. Tabel ANAVA

Sumber Variasi	JK	dk	RK	F Hitung
Regresi	JKR= $b^2 \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$	1	RKR=JKR/1	F=RKR/RKS
Sesatan	JKS= JKT-JKR	n-2	RKS=JKS/n-2	Ftabel F(alpha, 1,n-2)
Total	JKT= $\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \frac{\left(\sum y_i\right)^2}{n}$	n-1		

Tolak H0 jika F0>Ftabel =Fα,1,n-2