

KONTINUTAS

Definisi

Fungsi f yang dinyatakan $y = f(x)$ dengan persamaan kontinu di $x = c \in D_f$ apabila :

1. $f(c)$ Ada (berhingga)
2. $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ Ada (berhingga)
3. $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$

Bila paling sedikit dari syarat di atas tak dipenuhi maka f tidak kontinu di c

IF

Syarat (1) tak dipenuhi maka ketakkontinuan f di c ditentukan ketakkontinuannya dapat dihilangkan (*removable discontinuity*) → KETAK-KONTINUAN TERHAPUS

Syarat (2) tak dipenuhi maka ketakkontinuan f di c tak dapat dihilangkan

Ketak-kontinuan fungsi yang tak terhapus → KETAK-KONTINUAN ESENSIAL

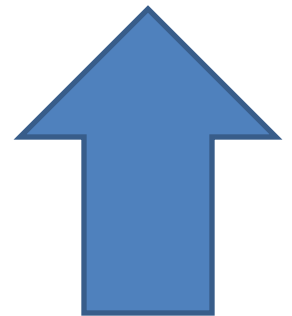
$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}, x \neq 2$$

1. $f(2)$ tidak ada

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = 4$ (ada)

$\therefore f$ tidak kontinu di $x = 2$,
perhatikan syarat 1 tidak dipenuhi!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2}, & x \neq 2 \\ 4, & x = 2 \end{cases}$$



Bagaimana f harus didefinisikan di $x=2$ agar f kontinu di $x=2$?

TEOREMA2

f dikatakan kontinu di suatu bilangan a jika f terdefinisi pada selang terbuka yang memuat a dan

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 \ni |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon$$

Fungsi polinomial kontinu di setiap bilangan riil c . Fungsi rasional kontinu di setiap bilangan riil c dalam daerah asalnya, yaitu kecuali di mana penyebutnya tidak sama dg 0

Teorema harga Mutlak

misal $f(x) = \sqrt[n]{x}$

Misal n suatu bilangan riil maka

- Jika n ganjil maka f kontinu di setiap bilangan
- Jika n genap maka f kontinu di setiap bilangan riil positif

Sifat kekontinuan

Teorema

Jika f dan g kontinu di c maka $kf, f + g, f - g, f \cdot g, \frac{f}{g} (g(c) \neq 0), f^n, \sqrt[n]{f} (f(c) > 0 \text{ jika } n \text{ genap})$ juga kontinu

Teorema

Jika $\lim_{x \rightarrow c} g(x) = L$ dan f kontinu di L maka $\lim_{x \rightarrow c} f(g(x)) = f\left(\lim_{x \rightarrow c} g(x)\right) = f(L)$
(Khususnya jika g kontinu di c dan f kontinu di $g(c)$ maka $f \circ g$ kontinu di c)

Teorema

Komposisi dari dua buah fungsi kontinu adalah juga kontinu. Jadi jika g kontinu di a dan f kontinu di $g(a)$, maka $f \circ g$ kontinu di a .

Kontinu sepihak

Misal f terdefinisi pada selang $(a, c]$. f kontinu kiri di c jika

$$\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = f(c)$$

$$\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = f(c)$$

Misal f terdefinisi pada selang $[c, b)$. f kontinu kanan di c jika

Teorema

Fungsi f kontinu di c anggota D_f jh f kontinu kiri di c dan kontinu kanan di c

Definisi.

Dikatakan f kontinu pada selang (a,b) jika kontinu pada setiap titik $c \in (a,b)$.

f dikatakan kontinu pada $[a,b]$, jika f kontinu pada (a,b) dan

$$\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$$

Contoh

$$f(x) = \sqrt{\frac{2-x}{3+x}}$$

f di $(-3,2)$, $[-3,2]$, $[-3,2)$, $(-3,2]$ kontinu?

Teorema Nilai Antara

Misalkan f kontinu pada selang tutup $[a, b]$.

Jika k sembarang bilangan antara $f(a)$ dan $f(b)$, maka terdapat bilangan c antara a dan b sehingga

$$f(c) = k$$

Contoh

$$f(x) = \begin{cases} x-1, & 0 \leq x \leq 2 \\ x^2, & 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

f tidak kontinu di $x = 2$, TNR tidak berlaku

$f(x) = 4 + 3x - x^2$, $2 \leq x \leq 5$, TNR berlaku untuk $k = 1$??

f polinom $\Rightarrow$ kontinu dimana - mana termasuk $[2,5]$

perhatikan:

$$f(2) = 6$$

$$f(5) = -6$$

Menurut TNR terdapat c antara a dan $b \ni$

$$f(c) = 1$$

$$4 + 3c - c^2 = 1$$

$$c^2 - 3c - 3 = 0$$

$$c_1 = \frac{3 + \sqrt{21}}{2} \text{ (mmnh)}, c_2 = \frac{3 - \sqrt{21}}{2} \text{ (tdk mmnh krn } c_2 \notin [2,5])$$

Soal-soal

Tentukan $h = f \bullet g$ kemudian tentukan bilangan dimana h kontinu

1. $f(x) = \sqrt{x}, g(x) = 4 - x^2$

2. $f(x) = \frac{6x}{x^2 - 9}, g(x) = \sqrt{3x}$

Tentukan semua bilangan sehingga fungsi kontinu

3. $g(x) = \frac{x}{x - 2}$

4. $h(x) = \begin{cases} 2x - 3, & x < -2 \\ x - 5, & -2 \leq x \leq 1, \\ 3 - x, & x > 1 \end{cases} \quad (-\infty, 1), (-2, 1), [-2, 1]$

5. $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2 - 9}$

6. $f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & x \leq 1 \\ x^2, & x > 1 \end{cases}$