



Uji hipotesis

Dua Populasi Berdistribusi Normal

Uji Hipotesis selisih rata-rata 2 populasi Normal, **variansi diketahui**

Null hypothesis: $H_0: \mu_1 - \mu_2 = \Delta_0$

Test statistic: $Z_0 = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \Delta_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$

Alternative Hypotheses

$$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \Delta_0$$

$$H_1: \mu_1 - \mu_2 > \Delta_0$$

$$H_1: \mu_1 - \mu_2 < \Delta_0$$

Rejection Criterion

$$z_0 > z_{\alpha/2} \text{ or } z_0 < -z_{\alpha/2}$$

$$z_0 > z_\alpha$$

$$z_0 < -z_\alpha$$

contoh

Suatu percobaan untuk menentukan apakah atmosfer yang bercampur CO mempengaruhi kemampuan bernafas terhadap 9 orang. Peneliti menghubungkan 9 peserta dengan dua ruang pernafasan, tanpa CO dan dengan CO dan diukur pernafasan masing-masing peserta pada tiap ruang. Diperoleh data sbb:

		TanpaCO	DenganCO
N	Valid	9	9
	Mean	35.44	37.44
	Variance	72.278	89.528

Ujilah hipotesis apakah pernafasan dengan dan tanpa CO sama!

Langkah-langkah

i. Susun hipotesis

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

ii. Pilih $\alpha=0.05$

iii. Hitungan

$$\begin{aligned} z_0 &= \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - 0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \\ &= \frac{35.44 - 37.44}{\sqrt{\frac{72.278}{9} + \frac{89.528}{9}}} \\ &= \frac{-2}{\sqrt{17.97844}} = -4.47169 \end{aligned}$$

Ingat !!

Null hypothesis: $H_0: \mu_1 - \mu_2 = \Delta_0$

Test statistic: $Z_0 = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \Delta_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$

Alternative Hypotheses	Rejection Criterion
$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \Delta_0$	$z_0 > z_{\alpha/2}$ or $z_0 < -z_{\alpha/2}$
$H_1: \mu_1 - \mu_2 > \Delta_0$	$z_0 > z_\alpha$
$H_1: \mu_1 - \mu_2 < \Delta_0$	$z_0 < -z_\alpha$

Tolak H_0 jika

$$z_0 > z_{\alpha/2} \text{ atau } z_0 < -z_{\alpha/2}, z_{0.05} = 1.65$$

karena $z_0 = -4.47169 < -1.65$ maka H_0 ditolak

Jadi rata-rata pernafasan dengan dan tanpa CO **BERBEDA**

Uji Hipotesis selisih rata-rata 2 populasi Normal, **variansi tidak diketahui**

Null hypothesis: $H_0: \mu_1 - \mu_2 = \Delta_0$

Test statistic: $T_0 = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \Delta_0}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$

Alternative Hypothesis

$$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \Delta_0$$

$$H_1: \mu_1 - \mu_2 > \Delta_0$$

$$H_1: \mu_1 - \mu_2 < \Delta_0$$

Rejection Criterion

$$t_0 > t_{\alpha/2, n_1 + n_2 - 2} \text{ or}$$

$$t_0 < -t_{\alpha/2, n_1 + n_2 - 2}$$

$$t_0 > t_{\alpha, n_1 + n_2 - 2}$$

$$t_0 < -t_{\alpha, n_1 + n_2 - 2}$$

Dengan

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

contoh

Dua katalis diteliti untuk mengetahui pengaruhnya terhadap proses reaksi kimia. Diambil data dari 9 kali percobaan dan diperoleh tabel 1. Ujilah hipotesis bahwa proses reaksi kimia menggunakan dua katalis adalah beda! Gunakan $\alpha=5\%$.

Tabel 1

Observation Number	Catalyst 1	Catalyst 2
1	91.50	89.19
2	94.18	90.95
3	92.18	90.46
4	95.39	93.21
5	91.79	97.19
6	89.07	97.04
7	94.72	91.07
8	89.21	92.75

$\bar{x}_1 = 92.255$	$\bar{x}_2 = 92.733$
$s_1 = 2.39$	$s_2 = 2.98$

Langkah-langkah

i. Susun hipotesis

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

ii. Pilih $\alpha=0.05$

iii. Hitungan

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{(7)(2.39)^2 + (7)(2.98)^2}{8 + 8 - 2} = 7.3$$

$$S_p = \sqrt{7.3} = 2.7$$

$$t_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - 0}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$= \frac{92.255 - 92.733}{2.7 \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{8}}} = -0.35$$

Kesimpulan :

Tolak H_0 jika $t_0 > t_{0.025,14} = 2.145$ atau $t_0 < -t_{0.025,14} = -2.145$
karena $t_0 = -0.35 > -2.145$ maka H_0 TIDAK DITOLAK

Jadi proses reaksi kimia menggunakan katalis
1 dan 2 adalah sama

Latihan

Data di bawah adalah banyaknya ngengat yang tertangkap pada malam hari dengan menggunakan cara A dan B.

A	B
42.00	53.00
35.00	58.00
34.00	63.00
37.00	56.00
41.00	65.00
37.00	58.00
.	57.00
.	57.00

	A	B
N	6	8
Valid		
Missing	3	1
Mean	37.67	58.38
Variance	10.267	14.839

Apakah anda setuju jika ada ahli ekologi yang menyatakan bahwa beda ngengat yang ditangkap menggunakan cara A lebih banyak dibanding dengan cara B? gunakan $\alpha=5\%$.