

Bab 4

ANACOVA Analysis Of Covariance

ANAVA vs ANREG

- ANAVA ??

→ digunakan untuk menguji perbandingan variabel tergantung (Y) ditinjau dari variabel bebas

- ANREG ??

→ Digunakan untuk memprediksi variabel tergantung (Y) melalui variabel bebas (X)

ANAVA vs ANREG

ANAVA	ANREG
Y → variabel dependen	Y → variabel dependen
A, B, C... → variabel kategorik → disebut dengan Faktor A, B... dibagi dalam suatu tingkat faktor	X₁, X₂, ... → variabel independen kontinu X₁, X₂,... diukur dan diobservasi (tidak dijadikan tingkat faktor)



$$Y = \mu + \alpha_i + \beta_j + \dots + (\alpha\beta)_{ij} + \dots + \varepsilon$$

Main Effects Interactions



$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_p X_p + \varepsilon$$

Bagaimana jika ANAVA dan ANREG digabung ?

Contoh desain penelitian anakova

V. Bebas & Kontrol (X)	V. Tergantung (Y)	Hipotesis
Bidang kerja (X1) Kompensasi (X2)	Kepuasan Kerja (Y)	Ada perbedaan kepuasan kerja ditinjau dari bidang kerja karyawan dengan mengendalikan insentif yang diterima
Jenis Kelamin (X1) Pola Pikir (X2)	Depresi (Y)	Depresi pada wanita lebih tinggi dibanding pada pria dengan mengendalikan pola pikir

Dapatkah X2 dijadikan variabel bebas → analisis regresi ???

***jika fokus penelitian hanya satu variabel bebas maka X2
menjadi variabel kontrol

Karakteristik variabel pengujian ANAKOVA

Variabel Tergantung (Y) : kontinum

Variabel bebas (A, B, C, D,...) : Kategorikal

Variabel bebas (X) : Kontinum

Kontinum → nilai kuantitatif (interval/ rasio)

→ misal harga diri, motivasi, IQ, hasil tes Matematika

Kategorikal → hasil pengkodean thdap kategori (nominal)

→ jenis kelamin, kelas

ANAKOVA

(Analysis of Covariance)

1. $Y \rightarrow$ variabel tergantung (kontinu)
2. $A, B, C, \dots \rightarrow$ variabel independen kategorik (Faktor)
3. $X_1, X_2, \dots, X_p \rightarrow$ variabel independen kontinu (kovariat)

Model linier

$$Y = \mu + \underbrace{\alpha_i + \beta_j + \dots}_{\text{Main Effects}} + \underbrace{(\alpha\beta)_{ij} + \dots}_{\text{Interactions}} + \underbrace{\gamma_1 X_1 + \gamma_2 X_2 + \dots}_{\text{Covariate Effects}} + \varepsilon$$

Contoh aplikasi ANAKOVA dibidang pendidikan

1. Judul Penelitian: Menumbuh kembangkan kesadaran dan ketrampilan metakognisi mahasiswa jurusan BIOLOGI melalui penerapan strategi PBL dan Kooperatif GI

Kelompok	Pre-Test	Perlakuan-T	Post-Test
Eksp: PBL	Y1	T1	Y2
GI	Y3	T2	Y4
Kontrol : Konvensional	Y5	T3	Y6

Sumber : M. Danial, 2010. Jurnal Pend, Univ Neg Makasar

1. Y2, Y4, Y6 : Post Test → variabel tergantung (kontinu)
2. T_1, T_2, T_3 → variabel independen kategorik (Faktor)
3. Y_1, Y_3, Y_5 → variabel independen kontinu (kovariat)

2. Seorang peneliti ingin mengetahui perbedaan desain pembelajaran PBL dengan ceramah pada MK MetSat. Untuk itu ia mengontrol prestasi belajar sebelum diterapkannya kedua metode pembelajaran tsb sebagai pretest

Ceramah		PBL	
X_1	Y_1	X_2	Y_2
7	8	5	7
5	6	6	7
6	7	7	8
4	6	4	9
5	6	5	8
5	6	3	7
6	7	8	8
3	6	6	9
4	6	7	9
5	7	5	8
50	65	56	80

- Prestasi belajar (pre-test) $\rightarrow X$
- Prestasi belajar (post -test) $\rightarrow Y$
- Ceramah & PBL $\rightarrow$ Faktor

3. Seorang peneliti ingin mengetahui apakah ada pengaruh metode mengajar terhadap nilai MetStat. Ada tiga macam metode A, B dan C. Kenyataannya nilai tidak hanya ditentukan oleh metode, tapi juga ada faktor lain yang berpengaruh misal IQ. Selanjutnya IQ dijadikan sebagai variabel pengontrol untuk mengurangi tingkat kesalahannya.

No	Met A		Met B		Met C	
	Nilai	IQ	Nilai	IQ	Nilai	IQ
1	80	105	77	105	91	120
2	87	105	76	102	80	110
3	86	108	85	110	74	110
4	88	115	87	115	70	100
5	90	120	88	120	81	100
6	95	116	90	117	80	120
7	80	110	67	100	80	100
8	67	101	66	105	84	110
9	80	101	64	110	84	110
10	76	105	66	105	90	120
11	98	115	90	124	91	120
12	64	105	86	120	78	110

Faktor?
Kovariat?
Y?

4. Ada suatu percobaan dalam bidang industri yang ingin mengetahui mesin terhadap respon kekuatan serat yang dihasilkan (Y) dan dipergunakan dalam industri tekstil. Terdapat 3 perlakuan mesin, masing-masing 5x. Telah diketahui bahwa kekuatan serat yang dihasilkan juga tergantung pada diameter serat tersebut. Untuk itu digunakan concomitant variabel (X) yaitu diameter serat yang dihasilkan (10-3cm)

Mesin 1		Mesin 2		Mesin 3	
X	Y	X	Y	X	Y
20	36	22	40	21	35
25	41	28	48	23	37
24	39	22	39	26	42
25	42	30	45	21	34
32	49	28	44	15	32

Faktor?
Kovariat?
respon?

Jadi ANCOVA ?

- Teknik analisis yang digunakan untuk meningkatkan presisi percobaan
- Melakukan pengaturan terhadap variabel bebas yang tidak terkontrol
- Menganalisis variabel terikat (dependen, Y) ditinjau dari variabel bebas X1 dengan variabel kovariat/ kovarian

Tujuan :

1. Mengetahui pengaruh perlakuan terhadap variabel bebas dengan mengontrol variabel lain yang kuantitatif
2. Mendapatkan kemurnian pengaruh var. bebas thd var terikat
3. Mengontrol kondisi awal sebelum penelitian dengan cara pre-post test
4. Mengontrol variabel luar yang secara teoritis akan mempengaruhi hasil penelitian

Model ANACOVA satu faktor dengan satu kovariat

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \gamma (X_{ij} - \bar{X}) + \varepsilon_{ij}$$

μ : overall mean

τ_i : efek tingkat faktor (perlakuan) ke - i

γ : koefisien regresi antara Y dan X

X_{ij} : variabel independen, dianggap konstan

$\varepsilon_{ij} \sim \text{IIDN}(0, \sigma^2)$ merupakan variabel random



ASUMSI

- Galat berdistribusi Normal
- populasi untuk setiap perlakuan mempunyai variansi sama
 - Data observasi Y, independen
 - Hubungan X dan Y linier dan bebas dari perlakuan
- X bersifat tetap dan tidak berkorelasi dengan perlakuan

Estimasi Parameter (PR)

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \gamma(X_{ij} - \bar{X}_{..}) + \varepsilon_{ij}$$

$$\hat{\mu} ???$$

$$\hat{\tau}_i ???$$

$$\hat{\gamma} ???$$

Prosedur ANOVA satu jalan

iii. Penentuan Tabel ANAVA

Partisi Jumlah Kuadrat (JK)

$$y_{ij} - \bar{y}_{\bullet\bullet} = \bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet} + y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet}$$

$$\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n \left\{ y_{ij} - \bar{y}_{\bullet\bullet} \right\}^2 = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n \left\{ \bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet} + y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet} \right\}^2$$

$$\underbrace{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n \left\{ y_{ij} - \bar{y}_{\bullet\bullet} \right\}^2}_{JK_T} = \underbrace{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n \left\{ \bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet} \right\}^2}_{JK_P} + \underbrace{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n \left\{ y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet} \right\}^2}_{JK_S}$$

$$\begin{aligned}
& \underbrace{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n \{y_{ij} - \bar{y}_{..}\}}_{\text{JK}_T}^2 \\
&= \underbrace{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n \{\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}\}}_{\text{JK}_P}^2 + \underbrace{2 \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n \{\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}\} \{y_{ij} - \bar{y}_{i.}\}}_{=0} + \underbrace{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n \{y_{ij} - \bar{y}_{i.}\}}_{\text{JK}_S}^2
\end{aligned}$$

$$\text{JK}_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n \{y_{ij} - \bar{y}_{..}\}^2 = \sum_i \sum_j y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$\begin{aligned}
\text{JK}_P &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n \{\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}\}^2 \\
&= \sum_{i=1}^a \frac{y_{i.}^2}{n} - \frac{y_{..}^2}{N}
\end{aligned}$$

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \gamma(X_{ij} - \bar{X}_{..}) + \varepsilon_{ij}$$

i = jumlah perlakuan, i=1,...,t
j = jumlah perulangan, j=1,...,r

So...Analisis Variansi untuk Y

$$JK_{Ty} = \sum_i \sum_j (Y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2 = \sum_i \sum_j Y_{ij}^2 - \frac{Y_{..}^2}{tr}$$

$$JK_{Py} = \sum_i \sum_j (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 = \sum_i \frac{Y_{i.}^2}{r} - \frac{Y_{..}^2}{tr}$$

$$JK_{Sy} = \sum_i \sum_j (Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})^2$$

$$JK_{Ty} = JK_{Py} + JK_{SY}$$

Analisis Variansi untuk X

$$JK_{Tx} = \sum_i \sum_j (X_{ij} - \bar{X}_{..})^2 = \sum_i \sum_j X_{ij}^2 - \frac{X_{..}^2}{tr}$$

$$JK_{Px} = \sum_i \sum_j (\bar{X}_{i.} - \bar{X}_{..})^2 = \sum_i \frac{X_{i.}^2}{r} - \frac{X_{..}^2}{tr}$$

$$JK_{Sx} = \sum_i \sum_j (X_{ij} - \bar{X}_{i.})^2$$

$$JK_{Tx} = JK_{Px} + JK_{Sx}$$

Analisis Variansi untuk XY

$$JK_{Txy} = \sum_i \sum_j (X_{ij} - \bar{X}_{..})(Y_{ij} - \bar{Y}_{..}) = \sum_i \sum_j X_{ij}Y_{ij} - \frac{X_{..}Y_{..}}{tr}$$

$$JK_{Pxy} = \sum_i n_i (\bar{X}_{i.} - \bar{X}_{..})(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}) = \sum_i \frac{X_{i.}Y_{i.}}{r} - \frac{X_{..}Y_{..}}{tr}$$

$$JK_{Sxy} = \sum_i \sum_j (X_{ij} - \bar{X}_{i.})(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})$$

$$JK_{Txy} = JK_{Pxy} + JK_{Sxy}$$

Uji Efek Perlakuan

i. $H_0 : \tau_i = 0, \forall i$

$H_1 : \tau_i \neq 0, \exists i, i = 1, 2, \dots, t$

ii. $\alpha = 5\%$

iii. Statistika Uji:

$$F_{\text{rasio}} = \frac{RK_{P(dip)}}{RK_{S(dip)}}$$

iv. DK: H_0 ditolak jika $F_{\text{rasio}} > F_{(\alpha, t-1, t(r-1)-1)}$

Tabel ANACOVA Faktor Tunggal dg 1 kovariat

SV	JK _Y	JK _X	JK _{XY}	db
Perlakuan	JKP _y	JKP _x	JKP _{xy}	t-1
Sesatan	JKS _y	JKS _x	JKS _{xy}	t(r-1)
Total	JKT _y	JKT _x	JKJKT _{xy}	tr-1

Tabel ANACOVA sebagai koreksi ANAVA

SV	JK (dip)	db (dip)	RK (dip)	F
Perlakuan	JKP(dip)	t-1	RKP(dip)	RKP(dip)/
Sesatan	JKS(dip)	t(r-1)-1	RKS(dip)	RKS(dip)
Total	JKT(dip)	tr-1		