



BAB 4
ANAVA 2 JALAN

Contoh di bidang biologi

Seorang ahli biologi ingin mengetahui pengaruh vaksin dengan dosis berbeda terhadap waktu hidup seekor tikus yang menderita sakit XX dengan dosis 1, dosis 2 dan dosis 3. dosis-dosis tersebut diberikan pda waktu yang berbeda yaitu waktu 1 (pagi), 2 (siang) dan 3 (malam). Berikut datanya:

Dosis/waktu	1 (pagi)	2 (siang)	3 (malam)
1	93, 98	97, 97	91, 90
2	80, 67	75, 76	79, 78
3	68, 78	65, 80	72, 75

Pertanyaan yang muncul adalah :

1. Apakah faktor dosis berpengaruh terhadap lama hidup tikus?
2. Apakah faktor waktu pemberian vaksin berpengaruh terhadap lama hidup tikus?
3. Apakah jenis dosis memberikan lama hidup tikus yang sama tanpa tergantung dari waktu pemberian vaksin?

**Pertanyaan kedua inilah yang mengindikasikan kita menggunakan rancangan faktorial 2 faktor (2 jalan)
→ adanya interaksi antara faktor dosis (faktor A) dengan faktor suhu (B)**

► Contoh di atas merupakan dari rancangan faktorial (anova 2 jalan).

Jika y_{ijk} variabel respon saat faktor A pada tingkat ke - i ($i = 1, 2, \dots, a$) dan faktor B pada tingkat ke - j ($j = 1, 2, \dots, b$) untuk replikasi ke- k ($k = 1, 2, \dots, n$) maka model linier nya adalah :

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \begin{cases} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, b \\ k = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

ASUMSI

1. $\sum_{i=1}^a \tau_i = 0, \sum_{j=1}^b \beta_j = 0, \sum_{i=1}^a (\tau\beta)_{ij} = \sum_{j=1}^b (\tau\beta)_{ij} = 0$
2. $\varepsilon_{ijk} \sim NID(0, \sigma^2)$

Step-step uji Anava 2 jalan

1. Susun Hipotesis

$$H_{0A} : \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_a = 0$$

$$H_{1A} : \text{paling tidak ada satu } \tau_i \neq 0$$

$$H_{0B} : \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_b = 0$$

$$H_{1B} : \text{paling tidak ada satu } \beta_j \neq 0$$

$$H_{0AB} : (\tau\beta)_{ij} = 0, \forall ij$$

$$H_{1AB} : \text{paling tidak ada satu } (\tau\beta)_{ij} \neq 0$$

2. Pilih tingkat signifikansi

3. Susun Tabel ANAVA 2 Jalan

		Factor B		
		1	2	...
Factor A	1	$y_{111}, y_{112}, \dots, y_{11n}$	$y_{121}, y_{122}, \dots, y_{12n}$	$y_{1b1}, y_{1b2}, \dots, y_{1bn}$
	2	$y_{211}, y_{212}, \dots, y_{21n}$	$y_{221}, y_{222}, \dots, y_{22n}$	$y_{2b1}, y_{2b2}, \dots, y_{2bn}$
	.			
	a	$y_{a11}, y_{a12}, \dots, y_{a1n}$	$y_{a21}, y_{a22}, \dots, y_{a2n}$	$y_{ab1}, y_{ab2}, \dots, y_{aba}$

$$y_{i..} = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk} \quad \bar{y}_{i..} = \frac{y_{i..}}{bn} \quad i = 1, 2, \dots, a$$

$$y_{.j.} = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^n y_{ijk} \quad \bar{y}_{.j.} = \frac{y_{.j.}}{an} \quad j = 1, 2, \dots, b$$

$$y_{ij.} = \sum_{k=1}^n y_{ijk} \quad \bar{y}_{ij.} = \frac{y_{ij.}}{n} \quad i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, b$$

$$y_{...} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk} \quad \bar{y}_{...} = \frac{y_{...}}{abn}$$

Tabel ANAVA

SV	db	JK	RK	F
A	a-1	JKA	$RKA=JKA/dbA$	FA
B	b-1	JKB	$RKB=JKB/dbB$	FB
AB	(a-1)(b-1)	JK(AB)	$RK(AB)=JK(AB)/db(AB)$	FAB
Sesatan	ab(n-1)	JKS	$RKS=JKS/db(S)$	
Total	abn-1	JKT		

dengan

$$JK_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}^2 - \frac{y_{\bullet\bullet\bullet}^2}{abn}$$

$$JK_A = \frac{1}{bn} \sum_{i=1}^a y_{i\bullet\bullet}^2 - \frac{y_{\bullet\bullet\bullet}^2}{abn}$$

$$JK_B = \frac{1}{an} \sum_{j=1}^b y_{\bullet j\bullet}^2 - \frac{y_{\bullet\bullet\bullet}^2}{abn}$$

$$JK_{\text{Sub total}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b y_{ij\bullet}^2 - \frac{y_{\bullet\bullet\bullet}^2}{abn}$$

$$JK_{AB} = JK_{\text{Sub total}} - JK_A - JK_B$$

$$JK_S = JK_T - JK_{AB} - JK_A - JK_B$$

Contoh soal

Material Type	Temperature (°F)						$y_{L..}$
	15	70	125				
1	130	155	20	70	230		998
	74	180	80	75	82	58	
2	150	188	136	122	25	70	1300
	159	126	106	115	58	45	
3	138	110	174	120	96	104	1501
	168	160	150	139	82	60	
$y_{L..}$	1738	1291	770				$3799 = y_{...}$

erature (°F)			
70	125	$y_{i..}$	
40 (229)	20	70 (230)	998
75	82	58	
122 (479)	25	70 (198)	1300
115	58	45	
120 (583)	96	104 (342)	1501
139	82	60	
1291			3799 = $y_{..}$
			770

$$\begin{aligned}
 SS_T &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}^2 - \frac{y_{..}^2}{abn} \\
 &= (130)^2 + (155)^2 + (74)^2 + \dots + (60)^2 - \frac{(3799)^2}{36} = 77,646.97
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 SS_{\text{Material}} &= \frac{1}{bn} \sum_{i=1}^a y_{i..}^2 - \frac{y_{..}^2}{abn} \\
 &= \frac{1}{(3)(4)} [(998)^2 + (1300)^2 + (1501)^2] - \frac{(3799)^2}{36} = 10,683.72
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 SS_{\text{Temperature}} &= \frac{1}{an} \sum_{j=1}^b y_{.j..}^2 - \frac{y_{..}^2}{abn} \\
 &= \frac{1}{(3)(4)} [(1738)^2 + (1291)^2 + (770)^2] - \frac{(3799)^2}{36} = 39,118.72
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 SS_{\text{Interaction}} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b y_{ij.}^2 - \frac{y_{..}^2}{abn} - SS_{\text{Material}} - SS_{\text{Temperature}} \\
 &= \frac{1}{4} [(539)^2 + (229)^2 + \dots + (342)^2] - \frac{(3799)^2}{36} - 10,683.72 \\
 &\quad - 39,118.72 = 9613.78
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 SS_E &= SS_T - SS_{\text{Material}} - SS_{\text{Temperature}} - SS_{\text{Interaction}} \\
 &= 77,646.97 - 10,683.72 - 39,118.72 - 9613.78 = 18,230.75
 \end{aligned}$$

Tabel ANAVA

Analysis of Variance for Battery Life Data

Source of Variation	Sum of Squares	Degrees of Freedom	Mean Square	F_0
Material types	10,683.72	2	5,341.86	7.91
Temperature	39,118.72	2	19,559.36	28.97
Interaction	9,613.78	4	2,403.44	3.56
Error	18,230.75	27	675.21	
Total	77,646.97	35		

- Tolak HA karena $F=7.91 > F(0.05,2,27)=3.35$. Jadi *material types* (*jenis lempeng*) berpengaruh terhadap *daya hidup baterai*
- Tolak HB karena $F=28.97 > F(0.05,2,27)=3.35$. jadi *temperature* (*suhu*) berpengaruh terhadap *daya hidup baterai*
- Tolak HAB karena $F_{AB}=3.56 > F(0.05,4,27)=2.73$. Jadi faktor interaksi berpengaruh terhadap *daya hidup baterai*. D.K.L jenis lempeng material tergantung dari suhu terhadap daya hidup baterai

Plot Interaksi antara A dan B

