

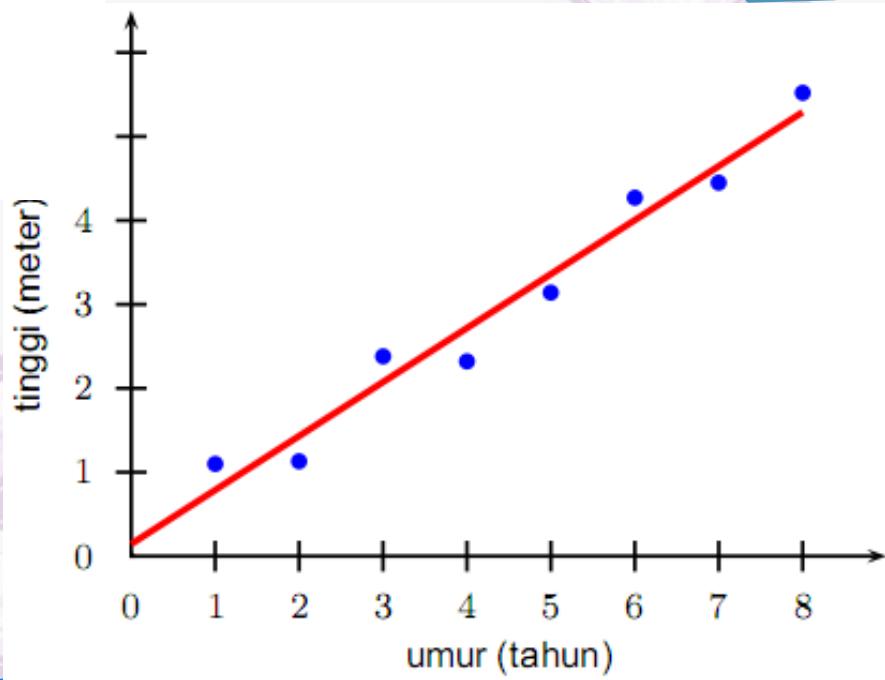
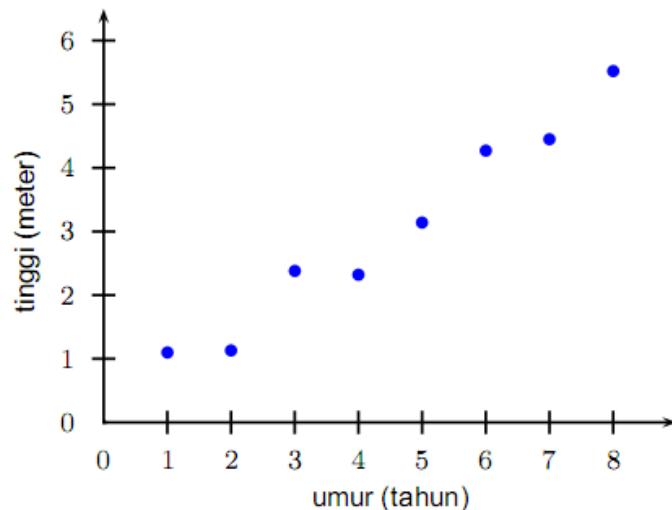
## **BAB 4**

# **ANALISIS REGRESI**

# Akan dicari persamaan linier yang paling "mewakili" umur (x) dan tinggi (y)

Dipunyai data umur dan tinggi dari sampel 8 buah pohon jenis tertentu sbb.:

umur (tahun):	1	2	3	4	5	6	7	8
tinggi (meter):	1,10	1,13	2,38	2,32	3,14	4,27	4,45	5,52



# Pengantar...

- Regresi linier sering digunakan untuk melihat nilai prediksi atau perkiraan yang akan datang
- Apabila X dan Y mempunyai hubungan, maka nilai X yang sudah diketahui dapat digunakan memperkirakan Y

→ Variable Y yang nilainya akan diramalkan disebut variabel tidak bebas / variabel respon (*dependent variable*)

→ Variable X yang nilainya digunakan untuk meramalkan nilai Y disebut variable bebas/ peramal/ menerangkan (*independent / explanatory variable*)

# Contoh aplikasi regresi dalam pendidikan

- Pengaruh Efikasi Diri Terhadap Stres Mahasiswa yang Sedang Menyusun Skripsi di Pendidikan Biologi UNS
- ANALISIS FAKTOR – FAKTOR YANG MEMPENGARUHI KEBERHASILAN MAHASISWA PENDIDIKAN BIOLOGI UNS
- Pengaruh Gaya Kepemimpinan dan Kreativitas Dosen di Kelas terhadap Prestasi Belajar Mahasiswa
- PENGARUH KEAKTIFAN DALAM KEGIATAN UKM TERHADAP SOFTSKILL DAN PRESTASI MAHASISWA

- $X_i$  variabel independen ke- $i$
- $Y_i$  variabel dependen ke- $i$  maka bentuk model regresi sederhana adalah :

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

dengan

$\hat{\alpha}, \hat{\beta}$  atau  $a, b$  parameter yang tidak diketahui

$\varepsilon_i$  sesatan random dgn asumsi NID  $(0, \sigma^2)$

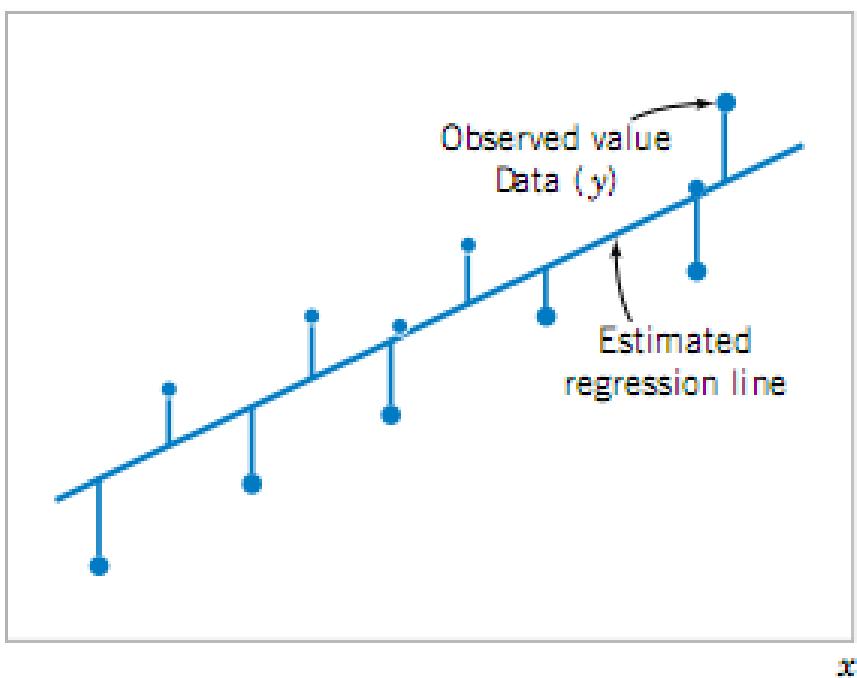
$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$E[Y_i] = E[\alpha + \beta X_i + \varepsilon_i]$$

$$= \hat{\alpha} + \hat{\beta} X + E[\varepsilon_i]$$

So...

$$\hat{Y}_i = a + bX$$



**DARI GARIS REGRESI SAMPEL DIPEROLEH :**

$$e_i^{\wedge} = Y_i^{\wedge} - (\hat{\alpha} + \hat{\beta} X_i)$$

**DAN**

$$D = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - (a + bX_i))^2$$

Turunkan D  
terhadap  
a dan b !!!!

$$\frac{\partial D}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - a - bX_i) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n Y_i - an - b \sum_{i=1}^n X_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^n Y_i - b \sum_{i=1}^n X_i = an$$

$$\begin{aligned} a &= \sum_{i=1}^n \frac{Y_i}{n} - b \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n} \\ &= \bar{Y} - b \bar{X} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial D}{\partial b} = -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - a - bX_i) X_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^n X_i Y_i - a \sum_{i=1}^n X_i - b \sum_{i=1}^n X_i^2 = 0$$

$$a = \frac{\sum y_i \sum x_i^2 - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$b = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

y	x	xy	$x^2$	$y^2$
$\Sigma y$	$\Sigma x$	$\Sigma xy$	$\Sigma x^2$	$\Sigma y^2$

$$b = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} \quad \bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

## Latihan

Carilah persamaan regresi Y pada X dari data Tabel :

Mat (X)	Stat (Y)	XY	X2	Y2
60	80	4800	3600	6400
45	69	3105	2025	4761
50	71	3550	2500	5041
60	85	5100	3600	7225
50	80	4000	2500	6400
65	82	5330	4225	6724
60	89	5340	3600	7921
65	93	6045	4225	8649
50	76	3800	2500	5776
65	86	5590	4225	7396
45	71	3195	2025	5041
50	69	3450	2500	4761
665	951	53305	37525	76095

$$b = \frac{\sum xy - \frac{(\sum x)(\sum y)}{n}}{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}$$

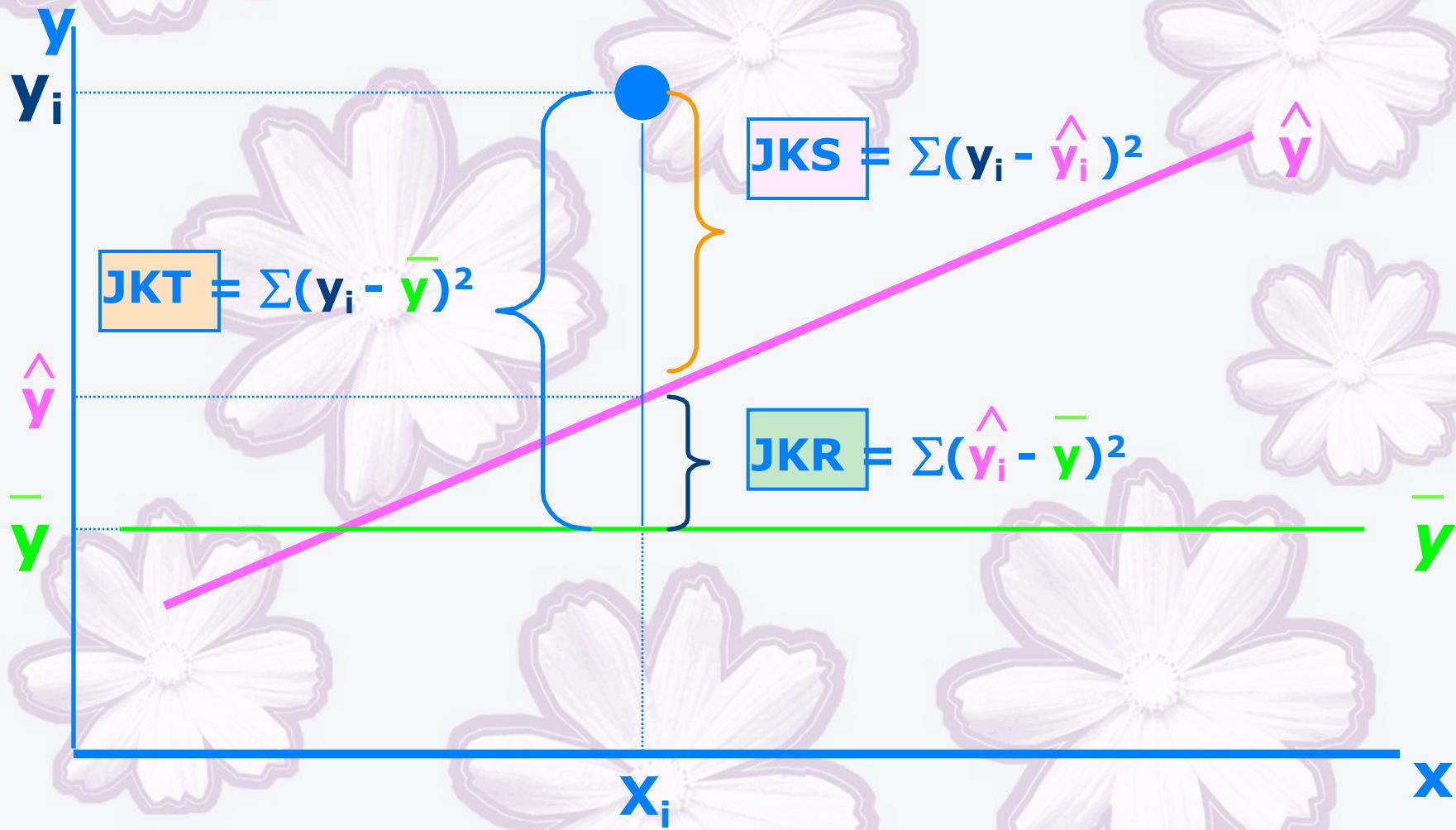
$$= \frac{53305 - \frac{(665)(951)}{12}}{37525 - \frac{(665)^2}{12}} = 0.8972$$

$$a = \bar{y} - b_1 \bar{x} = 29.53$$

jadi diperoleh persamaan regresi :

$$\hat{Y}_i = 29.5294 + 0.8972X_i$$

# MENGUJI KOEFISIEN REGRESI DENGAN ANALISIS VARIANSI



Example

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$$

- i.  $H_0 : \beta_1 = 0$   
 $H_1 : \beta_1 \neq 0$
- ii. Tingkat signifikansi (misalkan 5%)
- iii. Tabel ANAVA

Sumber Variasi	JK	dk	RK	F0
Regresi	$JKR = b^2 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$	1	$RKR = JKR / 1$	$F = RKR / RKS$
Sesatan	$JKS = JKT - JKR$	$n-2$	$RKS = JKS / n-2$	$F_{tabel}$ $F(\alpha, 1, n-2)$
Total	$JKT = \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}$	$n-1$		

Tolak  $H_0$  jika  $F_0 > F_{tabel} = F_{\alpha, 1, n-2}$

# Koefisien Determinasi, R<sup>2</sup>

- Koefisien Determinasi adalah bagian dari variasi total dalam variabel dependen yang dijelaskan oleh variasi dalam variabel independen
- Disebut juga dengan R-squared dan dinotasikan dengan R<sup>2</sup>

$$R^2 = \frac{JK_R}{JK_T}$$

dengan

$$0 \leq R^2 \leq 1$$

# Koefisien Determinasi, R<sup>2</sup>

$$R^2 = \frac{JK_R}{JK_T} = \frac{\text{Jumlah kuadrat yang dijelaskan oleh regresi}}{\text{Jumlah kuadrat total}}$$

**Catatan:** pada regresi sederhana (satu variabel bebas) koefisien determinasi dapat dinyatakan dengan

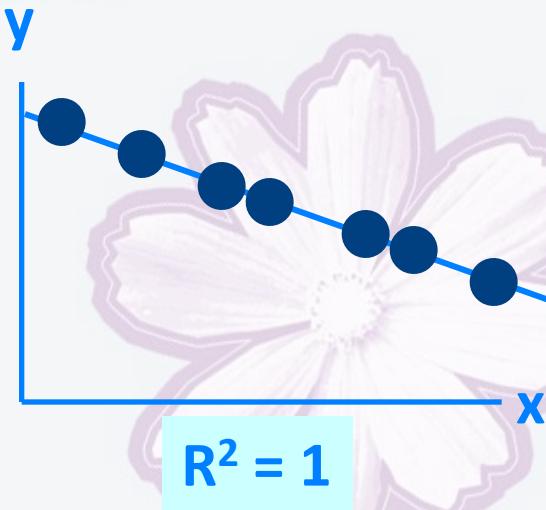
$$R^2 = r^2$$

dengan:

R<sup>2</sup> = Koefisien Determinasi

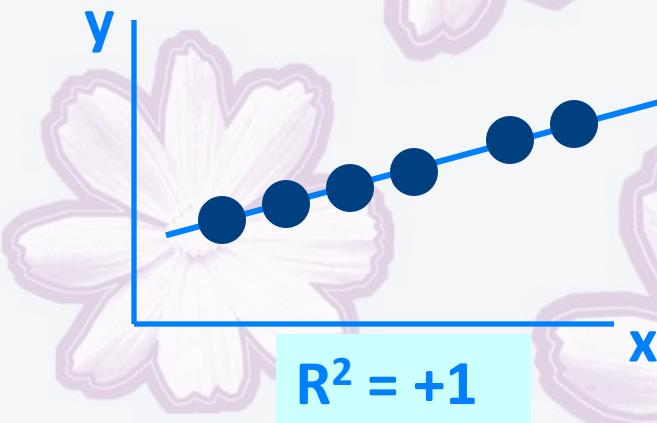
r = Koefisien Korelasi Sederhana

# Contoh Aproksimasi Nilai $R^2$



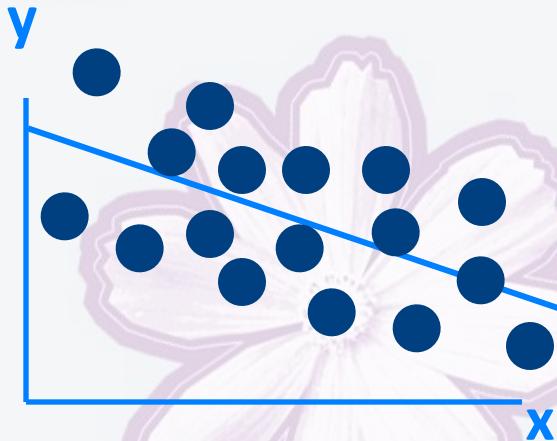
$$R^2 = 1$$

Hubungan linier sempurna  
antara x dan y :  
100% variasi dalam y dijelaskan  
oleh variasi dalam x



$$R^2 = +1$$

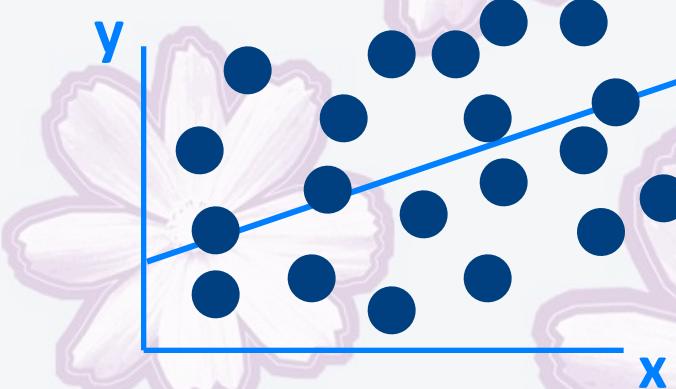
# Contoh Aproksimasi Nilai $R^2$



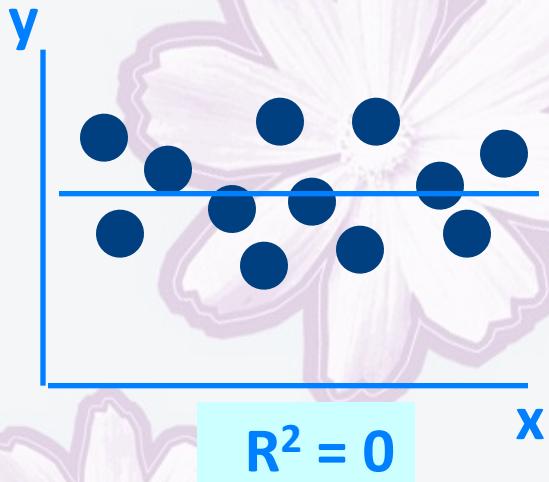
$$0 < R^2 < 1$$

Hubungan linier antara x dan y lemah :

Beberapa tapi tidak semua variasi y dijelaskan oleh variasi dalam x



# Contoh Aproksimasi Nilai $R^2$



$$R^2 = 0$$

Tidak ada hubungan linier antara x dan y

Nilai Y tidak tergantung x

# Contoh yg lalu

Mat (X)	Stat (Y)	XY	X2	Y2
60	80	4800	3600	6400
45	69	3105	2025	4761
50	71	3550	2500	5041
60	85	5100	3600	7225
50	80	4000	2500	6400
65	82	5330	4225	6724
60	89	5340	3600	7921
65	93	6045	4225	8649
50	76	3800	2500	5776
65	86	5590	4225	7396
45	71	3195	2025	5041
50	69	3450	2500	4761
665	951	53305	37525	76095

$$a = 29.529, \ b = 0.897$$

$$JK_R = b^2 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = 541.693$$

$$JK_T = \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n} = 728.25$$

$$JK_S = JK_T - JK_R = 728.25 - 541.693 = 186.557$$

Jadi bisa kita hitung

$$r^2 = \frac{JK_R}{JK_T} = \frac{541.693}{728.25} = 0.743828$$

jadi persamaan regresi  $\hat{Y}_i = 29.5294 + 0.8972X_i$ , nilai Y dapat dijelaskan 74.4% oleh X, sedangkan sisanya 25.6% diterangkan oleh variabel lain yang tidak dimasukkan dalam model

Dki. Sebanyak 74.4% nilai Statistika Mahasiswa dapat diterangkan oleh pengaruh nilai matematika, sedangkan sisanya sebesar 25.6% diterangkan oleh pengaruh lain