

ANAVA 2 Jalan

**Jumlah sampel dalam sel tak
sama**



Interaksi ?

- Terjadi jika pengaruh satu faktor tergantung pada tingkat pengaruh faktor lain
- Jika pengaruh interaksi signifikan maka interpretasi pengaruh utama (A & B) menjadi lebih rumit
- Deteksi interaksi
 - dalam tabel data, pola rerata dalam satu baris berbeda dari baris lain
 - dalam plot, terjadi garis bersinggungan
- Interaksi menggambarkan ketergantungan satu faktor terhadap faktor lain
- Jika tidak ada interaksi maka dua faktor saling independen



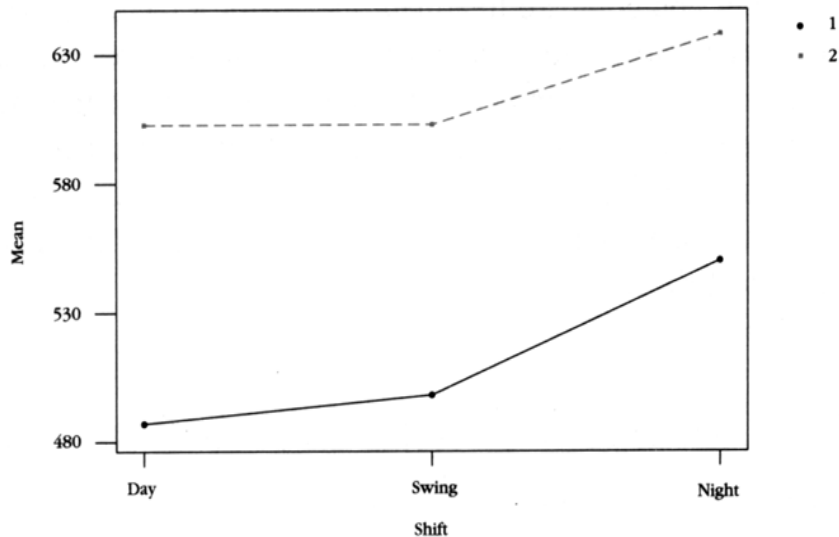
Contoh



- Manufaktur obat mempunyai 3 orang supervisor yang bekerja pada shift yang

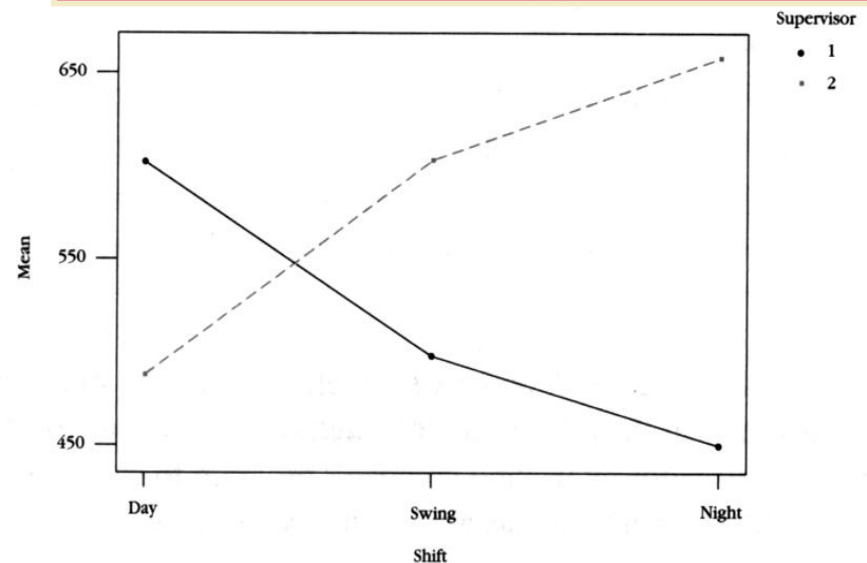
Supervisor 1 always does better earlier in the day, while supervisor 2 does better at night.

(No Interaction)



Supervisor 1 does better earlier in the day, while supervisor 2 does better at night.

(Interaction)

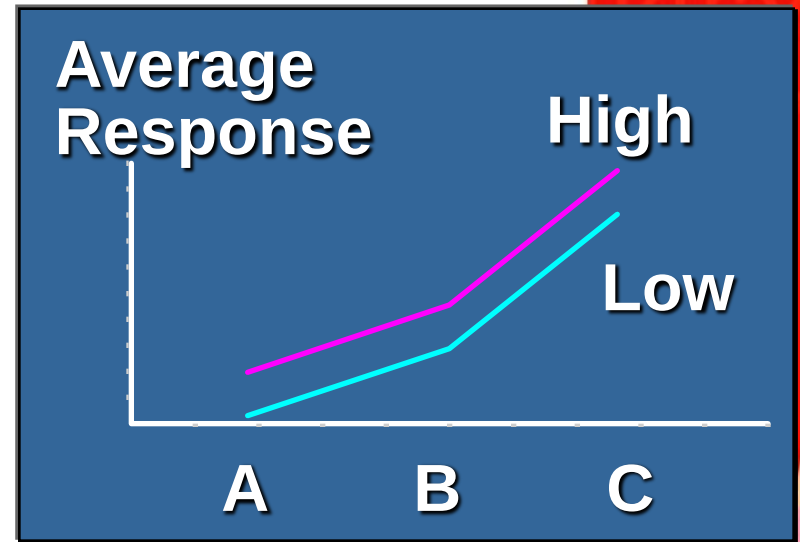
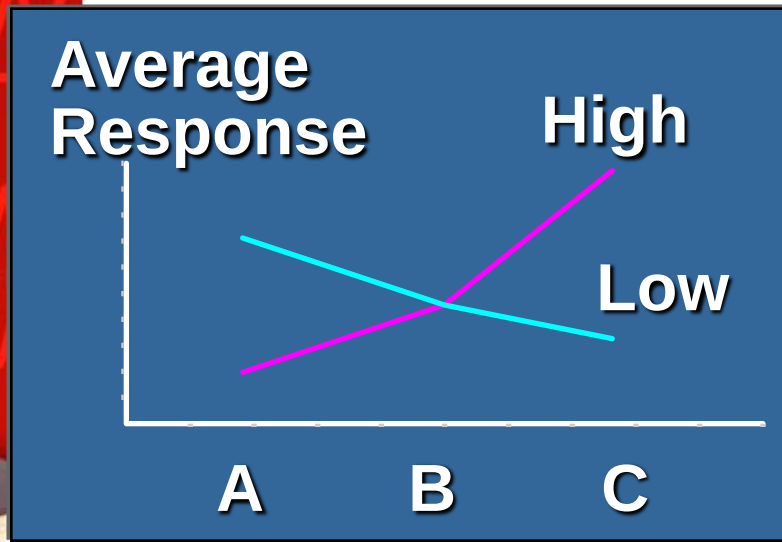


Grafik dari interaksi

Pengaruh motivasi (tinggi dan rendah) dan metode pembelajaran (A, B, C) terhadap rerata waktu pembelajaran

Interaction

No Interaction



Contoh Kasus

Seorang eksperimenter ingin mengetahui pengaruh 3 material (A) pada 3 tingkat temperatur (B) 15, 70 dan 125 derajat F. Karena tidak setiap faktor diambil replikasi dengan jumlah yang sama maka digunakan rancangan dengan jumlah data pada tiap sel tidak sama. Data seperti Tabel di bawah ini.

Material	Temperatur		
	1	2	3
1	130	34	70
	74	80	58
	155	40	
	180	75	
2	159	136	45
	126	115	
3	138	150	96
	160	139	

Step-step uji Anava 2 jalan tak sama

1. Susun Hipotesis

$$H_{0A} : \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_a = 0$$

$$H_{1A} : \text{paling tidak ada satu } \tau_i \neq 0$$

$$H_{0B} : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_b = 0$$

$$H_{1B} : \text{paling tidak ada satu } \beta_j \neq 0$$

$$H_{0AB} : (\tau\beta)_{ij} = 0, \forall ij$$

$$H_{1AB} : \text{paling tidak ada satu } (\tau\beta)_{ij} \neq 0$$

2. Pilih tingkat signifikansi

3. Susun Tabel ANAVA 2 Jalan



Partisi JKT

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n (y_{ijk} - \bar{y}_{...})^2 \\
 &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n [(\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...}) + (\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...}) + (\bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} + \bar{y}_{...}) + (y_{ijk} - \bar{y}_{ij.})]^2 \\
 &= \underbrace{bn \sum_{i=1}^a (\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^2}_{JK_A} + \underbrace{an \sum_{j=1}^b (\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...})^2}_{JK_B} + \underbrace{n \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} + \bar{y}_{...})^2}_{JK_{AB}} + \underbrace{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n (y_{ijk} - \bar{y}_{ij.})^2}_{JK_S} \\
 &JK_T = JK_A + JK_B + JK_{AB} + JK_S
 \end{aligned}$$



dengan

$$JK_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^{n_{ij}} y_{ijk}^2 - \frac{y_{\dots}^2}{n_{\dots}}$$

$$JK_A = \sum_{i=1}^a \frac{y_{i\cdot\cdot}^2}{n_{i\cdot\cdot}} - \frac{y_{\dots}^2}{n_{\dots}}$$

$$JK_B = \sum_{j=1}^b \frac{y_{\cdot j \cdot}^2}{n_{\cdot j \cdot}} - \frac{y_{\dots}^2}{n_{\dots}}$$

$$JK_{\text{Sub total}} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{y_{ij\cdot}^2}{n_{ij\cdot}} - \frac{y_{\dots}^2}{n_{\dots}}$$

$$JK_{AB} = JK_{\text{Sub total}} - JK_A - JK_B$$

$$JK_S = JK_T - JK_{AB} - JK_A - JK_B$$



Tabel ANAVA ukuran sampel tidak sama

SV	db	JK	RK	F
A	a-1	JKA	$RKA = JKA/dbA$	FA
B	b-1	JKB	$RKB = JKB/dbB$	FB
AB	(a-1)(b-1)	JK(AB)	$RK(AB) = JK(AB)/db(AB)$	FAB
Sesatan	ab(n-1)	JKS	$RKS = JKS/db(S)$	
Total	abn-1	JKT		



Kembali ke contoh ...

Material	1	2	3	
1	130 74 155 180 $n_{11}=4$	34 80 40 75 $n_{12}=4$	70 58 $n_{13}=2$	$y_{1.}=896$ $n_{1.}=10$
2	159 126 $n_{21}=2$	136 115 $n_{22}=2$	45 $n_{23}=1$	$y_{2.}=581$ $n_{2.}=5$
3	138 160 $n_{31}=2$	150 139 $n_{32}=2$	96 $n_{33}=1$	$y_{3.}=683$ $n_{3.}=5$
$y_{.i}$	1122 $n_{.1}=8$	769 $n_{.2}=8$	269 $n_{.3}=4$	$y_{..}=2160$ $n_{..}=20$

$$JK_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^{n_{ij}} y_{ijk}^2 - \frac{y_{..}^2}{n_{..}} = 130^2 + \dots + 96^2 - \frac{2160^2}{20} = 39150$$

$$JK_A = \sum_{i=1}^a \frac{y_{i.}^2}{n_{i.}} - \frac{y_{..}^2}{n_{..}} = \frac{896^2}{10} + \frac{581^2}{5} + \frac{683^2}{5} - \frac{2160^2}{20} = 7811.6$$

$$JK_B = \sum_{j=1}^b \frac{y_{.j}^2}{n_{.j}} - \frac{y_{..}^2}{n_{..}} = \frac{1122^2}{8} + \frac{769^2}{8} + \frac{269^2}{4} - \frac{2160^2}{20} = 8045.44$$

Material	1	2	3
1	130	34	70
	74	80	58
	155	40	
	180	75	
	$y_{11}=539$	$y_{12}=229$	$y_{13}=128$
2	159	136	45
	126	115	
	$y_{21}=285$	$y_{22}=251$	$y_{23}=45$
3	138	150	96
	160	139	
	$y_{31}=298$	$y_{32}=289$	$y_{33}=96$

Ingat

$$JK_{\text{Sub total}} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{y_{ij}^2}{n_{ij}} - \frac{y_{..}^2}{n_{..}}$$

$$JK_{AB} = JK_{\text{Sub total}} - JK_A - JK_B$$

$$JK_S = JK_T - JK_{AB} - JK_A - JK_B$$

$$JK_{\text{Sub total}} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{539^2}{4} + \frac{229^2}{4} + \dots + \frac{96^2}{1} - \frac{2160}{20}$$

$$= 30169$$

$$JK_{AB} = JK_{\text{Sub total}} - JK_A - JK_B$$

$$= 30169 - 7811.6 - 16090.88$$

$$= 6266.525$$

$$JK_S = JK_T - JK_{AB} - JK_A - JK_B$$

$$= 8980.995$$



Tabel ANAVA

SV	db	JK	RK	F	<u>Ftabel</u>	<u>Kesimpulan</u>
A	2	7811.6	3905.8	4.783857	$F_{0.05,2,11}=3.98$	<u>Ditolak</u>
B	2	16090.88	8045.44	9.854124	$F_{0.05,2,11}=3.98$	<u>Ditolak</u>
AB	4	6266.525	1566.631	1.918823	$F_{0.05,4,11}=3.36$	<u>Diterima</u>
SESATAN	11	8980.995	816.4541			
TOTAL	19	39150				

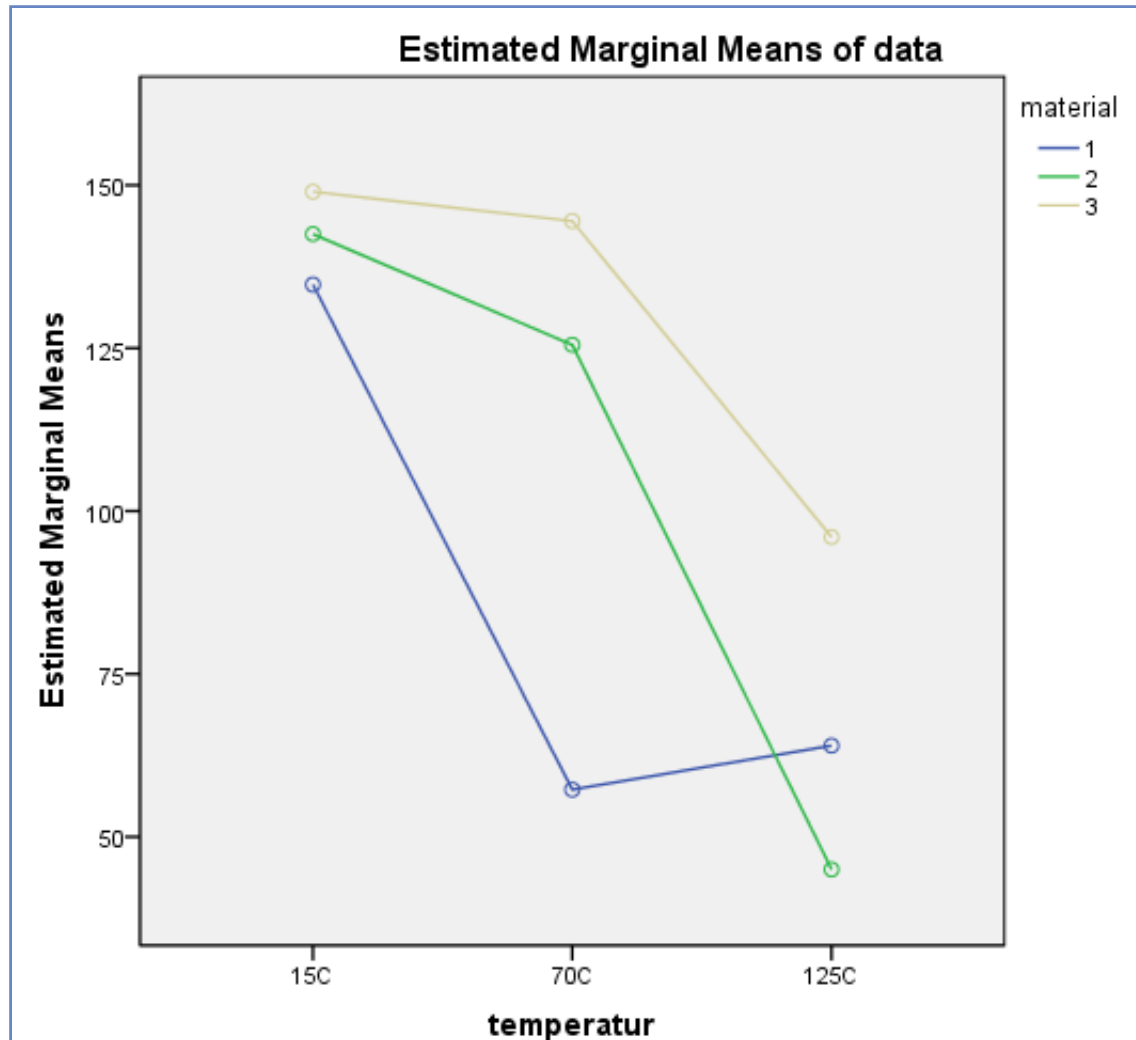
Ada pengaruh faktor A (material) terhadap daya hidup baterai

Ada pengaruh faktor B (temperatur) terhadap daya hidup baterai

Tidak ada ketergantungan pengaruh faktor A (material) dan B terhadap daya hidup baterai



plot



Metode Scheffe

Anava 2 jalan



- Uji Scheffe dikembangkan oleh Henry Scheffe (1959)
- Digunakan untuk pembandingan yang tidak perlu ortogonal
- Dapat digunakan untuk sampel sama atau tidak sama



Kontras Ortoghonal

Hipotesis

$$H_{01} : \mu_4 = \mu_5$$

$$H_{02} : \mu_1 + \mu_3 = \mu_4 + \mu_5$$

Contras

$$C_1 = -y_{4\bullet} + y_{5\bullet}$$

$$C_2 = y_{1\bullet} + y_{3\bullet} - y_{4\bullet} - y_{5\bullet}$$



STEP-STEP UJI SCHEFFFE untuk Interaksi

1. Susun Hipotesis
2. Pilih tingkat signifikansi
3. Hitung F

$$F = \frac{(\bar{X}_i - \bar{X}_j)^2}{RK_s \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}$$

4. Tarik Kesimpulan

DK. Tolah Ho jika $F > (ab-1)F(\alpha, ab-1, N-ab)$



Contoh 2

Seorang eksperimenter ingin mengetahui pengaruh antara model pembelajaran (konvensional dengan LC5E), aktivitas (Tinggi, Sedang dan Rendah) terhadap prestasi belajar mereka. Tabel data di bawah ini.

		AKTIVITAS belajar matematika SISWA (B)											
		Tinggi (b ₁)				Sedang (b ₂)				Rendah (b ₃)			
Model Pembelajaran (A)	LC5E (a ₁)	100	96	96	88	96	92	88	88	76	72	72	68
		88	84	72		88	84	80	80	68	64	64	60
						76	76	76	76	60	60		
						76							
Model Pembelajaran (A)	Konvensional (a ₂)	92	88	88	84	84	84	80	80	84	76	76	64
		80	80	76		80	76	72	72	68	68	64	64
						72	72	68	68	56			
						68	68	68	62				

Step-step uji Anava 2 jalan tak sama

1. Susun Hipotesis

$$H_{0A} : \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_a = 0$$

$$H_{1A} : \text{paling tidak ada satu } \tau_i \neq 0$$

$$H_{0B} : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_b = 0$$

$$H_{1B} : \text{paling tidak ada satu } \beta_j \neq 0$$

$$H_{0AB} : (\tau\beta)_{ij} = 0, \forall ij$$

$$H_{1AB} : \text{paling tidak ada satu } (\tau\beta)_{ij} \neq 0$$

2. Pilih tingkat signifikansi $= \alpha$

3. Susun Tabel ANAVA 2 Jalan



Dengan cara yang sama diperoleh

<u>Sumber Variansi</u>	JK	DK	RK	F_{obs}	F_{tab}	<u>Keputusan uji</u>
A (Model)	228,15	1	228,15	4,52	4,02	H_{0A} ditolak
B (Aktivitas)	3389,90	2	1694,95	33,61	3,17	H_{0B} ditolak
AB	341,89	2	170,94	3,39	3,17	H_{0AB} ditolak
<u>Sesatan</u>	2824,20	56	50,43	-	-	-
Total	6784,15	61	-	-	-	-

- Model pembelajaran berpengaruh terhadap prestasi
→ Tidak perlu uji komparasi ganda,
→ Karena hanya 2 tingkat ; model konvensional & LC5E
- Aktivitas dan interaksi berpengaruh signifikan terhadap prestasi
→ Dapat dilakukan uji komparasi ganda



Uji Komparasi Scheffe untuk interaksi A dan B

1. Hipotesis :

$$H_{0.11-21} : \mu_{11} = \mu_{21}$$

$$H_{0.12-22} : \mu_{12} = \mu_{22}$$

$$H_{0.13-23} : \mu_{13} = \mu_{23}$$

$$H_{0.11-12} : \mu_{11} = \mu_{12}$$

$$H_{0.11-13} : \mu_{11} = \mu_{13}$$

$$H_{0.12-13} : \mu_{12} = \mu_{13}$$

$$H_{0.21-22} : \mu_{21} = \mu_{22}$$

$$H_{0.21-23} : \mu_{21} = \mu_{23}$$

$$H_{0.22-23} : \mu_{22} = \mu_{23}$$

2. Dipilih $\alpha=5\%$



	T	S	R
LC5E	89.1429 (7)	82.76923 (13)	66.4 (10)
KONV	84 (7)	73.375 (16)	68.88889 (9)

Misal akan diuji $H_{0.11-21} : \mu_{11} = \mu_{21}$

$$3. \text{ Hitung } F_{11-21} = \frac{(89.1429 - 84)^2}{50.43 \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{7} \right)} = 1.835644$$

4. Tarik kesimpulan

$$F_{\text{tabel}} = F_{0.05, 3-1, 62-6} = F_{0.05, 2, 56}$$

Karena $F = 1.835644 < 5 \times 3.16$ maka $H_{0.11-21}$ diterima, artinya siswa dengan aktivitas tinggi baik dengan LC5E maupun konvensional mempunyai rerata prestasi belajar yang relatif sama

STEP-STEP UJI SCHEFFE untuk Faktor B

1. Susun Hipotesis
2. Pilih tingkat signifikansi

3. Hitung F

$$F = \frac{(\bar{X}_i - \bar{X}_j)^2}{RK_s \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}$$

4. Tarik Kesimpulan

DK. Tolah H_0 jika $F > (b-1)F(\alpha, b-1, N-ab)$



Uji Scheffe untuk aktivitas

	T	S	R
LC5E	89.1429	82.76923	66.4
	(7)	(13)	(10)
Konvensional	84	73.375	68.88889
	(7)	(16)	(9)
Total	173.1429	156.1442	135.2889
	(14)	(29)	(19)
rataan	86.57145	78.07212	67.64445

1. Hipotesis :

$$H_{0.1-2} : \mu_{.1} = \mu_{.2}$$

$$H_{0.1-3} : \mu_{.1} = \mu_{.3}$$

$$H_{0.2-3} : \mu_{.2} = \mu_{.3}$$

2. Dipilih $\alpha=5\%$

3. Hitung F

$$F_{.1-2} = \frac{(86.57145 - 78.07212)^2}{50.43 \left(\frac{1}{14} + \frac{1}{29} \right)} = 13.52504$$



4. Tarik kesimpulan

$$F_{\text{tabel}} = F_{0.05, 3-1, 62-6} = F_{0.05, 2, 56}$$

Karena $F = 13.52504 > (3-1) \cdot 3.16 = 6.32$
maka H_0 ditolak, artinya siswa
dengan aktivitas tinggi dengan siswa
dengan aktivitas sedang mempunyai
rerata prestasi belajar yang signifikan
berbeda



Dengan spss ...

Aktivitas

Multiple Comparisons

Nilai
Scheffe

(I) Aktivitas	(J) Aktivitas	Mean Difference (I- J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
Tinggi	Sedang	8.99 [*]	2.311	.001	3.17	14.80
	Rendah	18.99 [*]	2.501	.000	12.70	25.28
Sedang	Tinggi	-8.99 [*]	2.311	.001	-14.80	-3.17
	Rendah	10.01 [*]	2.096	.000	4.74	15.28
Rendah	Tinggi	-18.99 [*]	2.501	.000	-25.28	-12.70
	Sedang	-10.01 [*]	2.096	.000	-15.28	-4.74

Based on observed means.

The error term is Mean Square(Error) = 50.432.

*. The mean difference is significant at the .05 level.

Contoh Kasus

Seorang peneliti tertarik untuk mengetahui pengaruh faktor ukuran Kelas (Besar dan Kecil) dengan faktor jam mengajar (Pagi, Siang dan Sore) terhadap prestasi anak didiknya. Ukuran kelas dianggap besar jika lebih dari 40 siswa. Adapun prestasi siswa diukur dalam skala 10.

A/B	<u>Pagi</u>	Siang	Sore
<u>Besar</u>	10	5	7
	5	3	6
	6	4	5
	7	6	6
		6	6
		5	
Kecil	9	7	8
	8	8	7
	10	7	10
	8	8	8
	7		



Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: prestasi

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Model	1366.217 ^a	6	227.703	148.282	.000
ukuran	30.304	1	30.304	19.734	.000
waktu	11.145	2	5.572	3.629	.043
ukuran * waktu	1.907	2	.953	.621	.547
Error	33.783	22	1.536		
Total	1400.000	28			

a. R Squared = .976 (Adjusted R Squared = .969)

Estimated Marginal Means of prestasi

