# Determinan serta Invers Matriks Orde 2 x 2 dan 3 x 3

# Determinan Matriks

Untuk setiap matriks persegi terdapat suatu bilangan tertentu yang disebut **determinan**

**Determinan matriks** adalah jumlah semua hasil perkalian elementer yang bertanda dari matriks A dan dinyatakan dengan det(A) atau $|A|$

# Determinan Matriks Orde 2 x 2

Jika $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

maka $\det(A) = |A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

# CONTOH:

Misal matriks A=$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

$|A|$= $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$

=4-6=-2

# Determinan Matriks Orde 3 x 3

Jika $B = \begin{bmatrix} p & q & r \\ s & t & u \\ v & w & x \end{bmatrix}$

maka det(B) $= \begin{vmatrix} p & q & r \\ s & t & u \\ v & w & x \end{vmatrix}\begin{matrix} p & q \\ s & t \\ v & w \end{matrix}$

= ptx + quv + rsw – rtv – qsx – puw

# Contoh

Misal matriks B= $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 1 & 5 & -6 \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

$$|B| = \left|\begin{matrix} 2 & -2 & 4 \\ 1 & 5 & -6 \\ -3 & 4 & 1 \end{matrix}\right| \begin{matrix} 2 & -2 \\ 1 & 5 \\ -3 & 4 \end{matrix}$$

=2·5·1+(-2)·(-6)·(-3)+4·1·4-4·5·(-3)-2·(-6)·4-2·1·1

=10-36+16+60+48-2=96

# Invers Matriks

**Invers matriks** adalah lawan atau kebalikan suatu matriks dalam perkalian yang dilambangkan dengan $A^{-1}$

Jika terdapat matriks A dan B sedemikian sehingga A x B = B x A = I , dimana I matriks identitas maka B disebut invers dari A dan A invers dari B

# Invers Matriks Orde 2 x 2

Jika $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

maka $A^{-1} = \dfrac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ ; syarat $\det(A) \neq 0$

# Contoh

A=$\begin{bmatrix}1 & -2 \\ 3 & 4\end{bmatrix}$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix}4 & 2 \\ -3 & 1\end{bmatrix}$$

$$=-\frac{1}{2}\begin{bmatrix}4 & 2 \\ -3 & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-2 & -1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2}\end{bmatrix}$$

# Invers Matriks Orde 3 x 3

Jika $B = \begin{bmatrix} p & q & r \\ s & t & u \\ v & w & x \end{bmatrix}$

maka $B^{-1} = \frac{1}{\det(B)} . Adj(B) \quad ; \text{syarat } \det(B) \neq 0$

Adj B adalah adjoin matriks B yang merupakan transpose dari kofaktor-kofaktor matriks tersebut dan dilambangkan dengan Adj B = $(k_{ij})^t$

($k_{ij}$ ) merupakan kofaktor suatu elemen baris ke-i dan kolom ke-j dari matriks A serta dilambangkan dengan

$$k_{ij} = (-1)^{i+j} |M_{ij}| = (-1)^{i+j} \det(M_{ij})$$

dengan $M_{ij}$ adalah submatriks hasil ekspansi baris atau ekspansi kolom dari suatu matriks

# Contoh

Misal matriks A= $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{bmatrix}$

$A^{-1}=\frac{1}{|A|}$ adj A

$|A|=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{vmatrix}\begin{matrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \\ 1 & 0 \end{matrix}$= 40+6+0-15-0-32=-1

# Lanjut...

$A_{11} = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 0 & 8 \end{vmatrix}$=40-0=40

$A_{12} = -\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 8 \end{vmatrix}$=-(16-3)=-13

$A_{13} = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$=0-5=-5

$A_{21} = -\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 8 \end{vmatrix}$=-(16-0)=-16

$A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 8 \end{vmatrix}$=8-3=5

$A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$=-(0-2)=2

$A_{31} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$=6-15=-9

$A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$=-(3-6)=3

$A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}$=5-4=1

# Masih lanjut...

$$\text{Adj A}= \begin{bmatrix} 40 & -16 & -9 \\ -13 & 5 & 3 \\ -5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} =- \begin{bmatrix} 40 & -16 & -9 \\ -13 & 5 & 3 \\ -5 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -40 & 16 & 9 \\ 13 & -5 & -3 \\ 5 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$