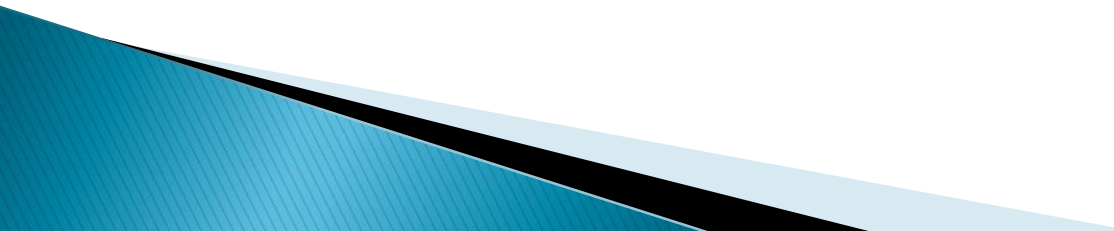


Bab 1

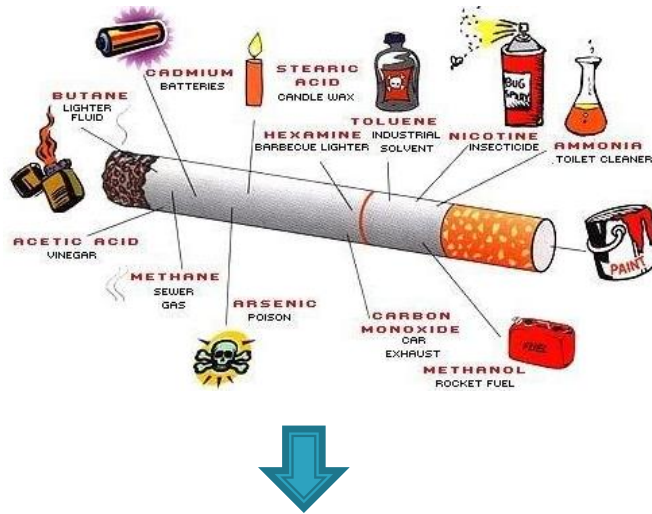
Analisis Variansi satu faktor (Analysis Of Variance / ANOVA)

Tujuan belajar ANAVA 1 Faktor

1. Mengetahui rancangan dan esensinya
 2. Mengetahui model linier
 3. Menurunkan Jumlah Kuadrat (JK)
 4. Melakukan uji analisis variansi
 5. Melakukan uji perbandingan ganda
- 

Ilustrasi, aplikasi Anava dalam bidang kesehatan

Apakah benar nikotin dalam rokok dapat mengakibatkan Kanker?

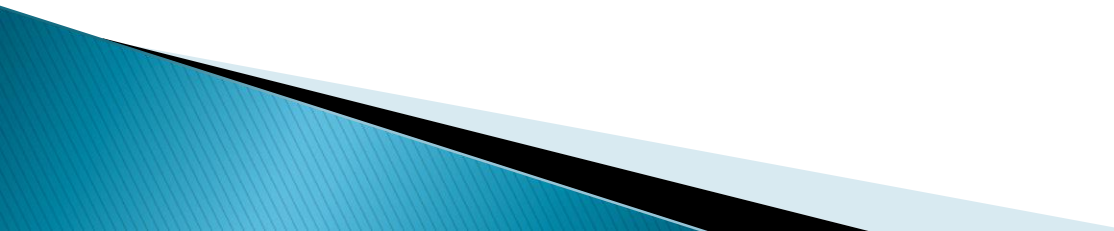


Selain kanker ternyata
Mengakibatkan banyak hal



Apa itu ANAVA ..?

- ANOVA adalah suatu metode untuk menguji hipotesis kesamaan rata-rata dari tiga atau lebih populasi
 - Salah satu alat statistika yang digunakan untuk mengetahui relasi atau hubungan antar satu atau lebih variabel independen terhadap variabel dependen
 - Dapat digunakan pada data yang diperoleh dari hasil eksperimen dan observasi
 - Variabel independen pada ANAVA ; kualitatif
- 

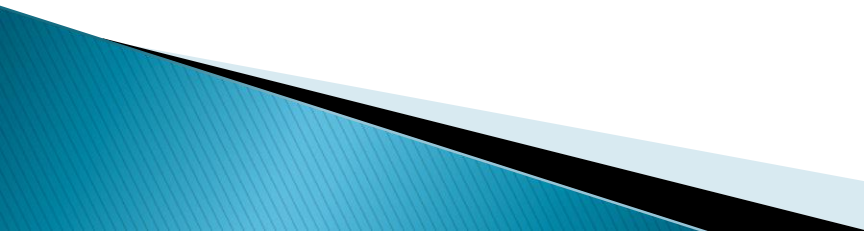
- *Analysis of variance* (ANOVA) digunakan untuk menyelidiki pengaruh/ efek utama dan interaksi dari variabel independen (disebut dengan “faktor”)
 - Pengaruh utama adalah efek langsung dari suatu variabel independen terhadap variabel dependen
 - Pengaruh interaksi adalah efek bersama antar satu atau lebih variabel independen terhadap variabel dependen (anava 2 faktor)
- 

LATAR BELAKANG ANOVA

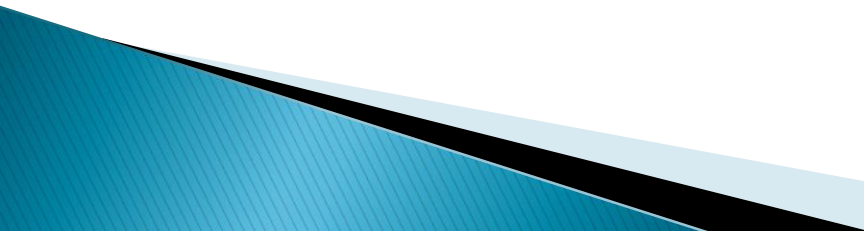
Latar belakang dikembangkan metoda ini karena ingin dilakukan UJI terhadap rata-rata populasi yang mengalami “perlakuan” yg berbeda-beda.

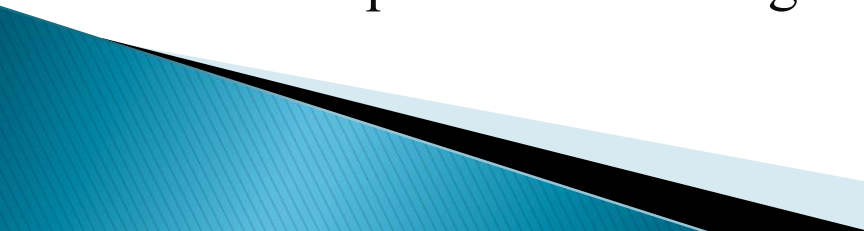
Pertanyaannya : apakah perbedaan rata-rata antara berbagai grup yg mengalami perlakuan berbeda tsb signifikan atau tidak.

Asumsi untuk uji ANOVA adalah:

- Populasi berdistribusi normal
 - Variansi populasi sama
 - Populasi independen
- 

Hal-hal penting dalam rancangan percobaan

- Faktor, adalah variabel independen yang nilainya dikontrol eksperimenter.
 - Misal ingin meneliti pengaruh kandungan nikotin dalam rokok terhadap kesehatan tubuh manusia
 - faktor ; kandungan nikotin (dalam tubuh manusia)
 - Level (tingkat), merupakan tingkatan faktor yang dipilih oleh eksperimenter.
 - Misal seorang teknisi yang memutuskan untuk meneliti 5 level dari kandungan nikotin dalam tubuh 0,05mg, 1mg, 1,5mg, 2mg dan >2mg
 - Tingkat, $a=5$
 - Tingkat dari faktor yang berbeda juga biasa disebut dengan perlakuan.
- 

- ▶ Perlakuan, adalah kombinasi tingkat faktor yang dipilih oleh eksperimenter.
 - ▶ **Variabel Bebas**, atau *independent variable* merupakan variabel yang nilainya tidak tergantung dari hasil pengamatan
 - ▶ **Variabel Respon** atau *dependent variable* merupakan variabel yang nilainya diukur berdasarkan perlakuan yang dikenakan pada unit eksperimen
 - ▶ **Random**, merupakan salah satu cara dalam pengambilan sampel. Selain sampel, pengambilan faktor dalam suatu rancangan percobaan juga dapat dilakukan secara random ataupun tetap (*fixed*)
 - ▶ Ulangan atau replikasi merupakan perulangan atau banyaknya frekuensi perlakuan diulang dalam suatu percobaan
- 

Contoh

Tiga kelompok subyek penelitian untuk menguji keakuratan alat pengukur pH digital dengan 3 merek. Merek yang dimaksud adalah merek I, II dan III. Data hasil penelitian adalah sebagai berikut:

Merek dipilih yang memiliki spesifikasi yang sama

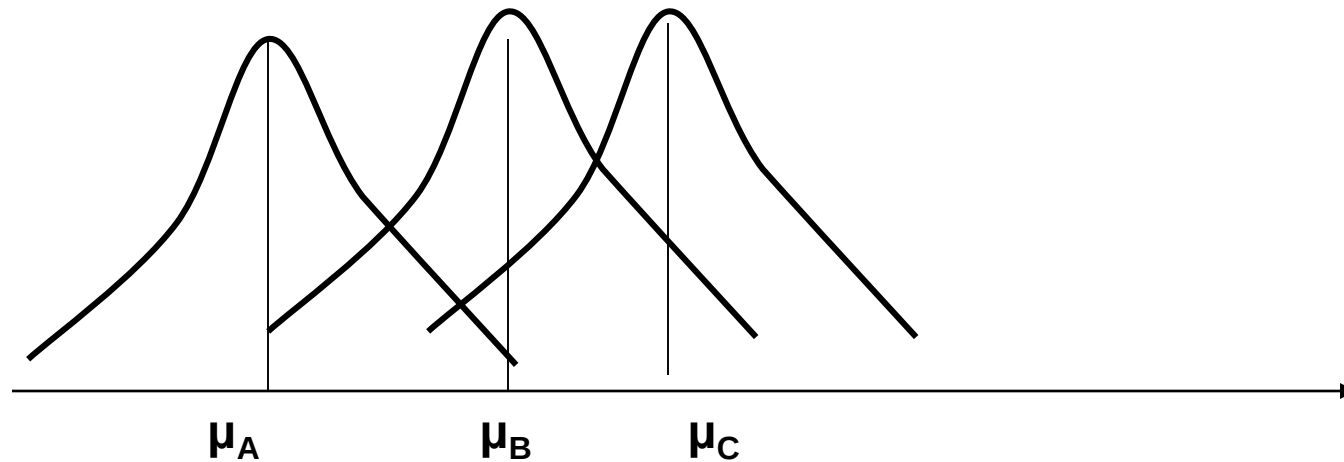
Faktor → Merek

Perlakuan : level/ tingkat yang berbeda dari **Faktor**

Perlakuan → I, II, III

I	II	III
25	17	26
11	16	20
16	18	17
26	20	26
32	10	43
25	14	46
30	19	35
17		34
		18

Ide – Uji ANOVA



Ide dasar uji ANAVA adalah perbedaan rata-rata populasi ditentukan oleh dua faktor yaitu variasi data dalam 1 sampel dan variasi data antar sampel. Perbedaan rata-rata antar populasi nyata jika variasi data antar sampel besar sedangkan variasi data dalam 1 sampel kecil.

Anava satu Jalan (*Single Factor Analysis of Variance*)

Disebut dengan *one-way* atau *single factor analysis of variance*?

Hanya satu faktor yang diselidiki

Perlakuan yang digunakan diusahakan se-seragam mungkin,
→ completely randomized design (Rancangan Random Lengkap)

- Secara umum, jika n observasi dikenakan a perlakuan maka model linier statistik :

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \begin{cases} i = 1, \dots, a \\ j = 1, \dots, n \end{cases}$$

$$\Rightarrow y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij} \begin{cases} i = 1, \dots, a \\ j = 1, \dots, n \end{cases}$$

dengan $\mu_i = \mu + \tau_i$

-- > rata-rata perlakuan ke - i

Jika perlakuan dipilih ttt oleh eksperimenter maka kesimpulan uji tidak bisa digeneralisasikan untuk populasi perlakuan → MODEL EFEK TETAP

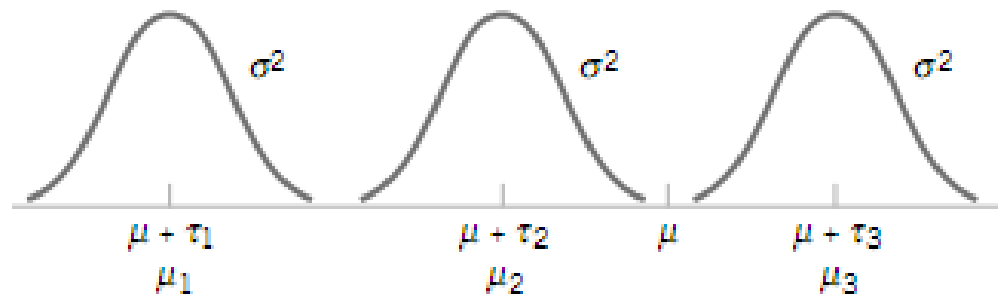
Jika perlakuan dipilih random dari populasi perlakuan oleh eksperimenter maka kesimpulan uji dapat digeneralisasikan ke seluruh populasi perlakuan → MODEL EFEK RANDOM/ *components of variance model*

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \begin{cases} i = 1, \dots, a \\ j = 1, \dots, n \end{cases} \Rightarrow y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij} \begin{cases} i = 1, \dots, a \\ j = 1, \dots, n \end{cases}$$

dengan $\mu_i = \mu + \tau_i$

-- > rata - rata perlakuan ke - i

that each treatment defines a population that has mean μ_i , consisting of the overall mean μ plus an effect τ_i that is due to that particular treatment. We will assume that the errors ε_{ij} are normally and independently distributed with mean zero and variance σ^2 . Therefore, each treatment can be thought of as a normal population with mean μ_i and variance σ^2 .



y_{ij} : observasi ke (ij)

μ : rata-rata keseluruhan perlakuan

τ_i : pengaruh/efek perlakuan ke-i

ε_{ij} : sesatan dengan asumsi NID $(0, \sigma^2)$

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \begin{cases} i = 1, \dots, a \\ j = 1, \dots, n \end{cases} \Rightarrow y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij} \begin{cases} i = 1, \dots, a \\ j = 1, \dots, n \end{cases}$$

dengan $\mu_i = \mu + \tau_i$

-- > rata - rata perlakuan ke - i

Tujuan ANAVA satu jalan :

melakukan uji hipotesis tentang efek/perlakuan perlakuan dan mengestimasi

Computerized – Uji Pra Analisis

1. Normalitas

Jika asumsi sesatan $(0, \sigma^2)$ dipenuhi maka plot normalitas nampak seperti sampel yang berasal dari distribusi normal yang berpusat ke 0 yang ditunjukkan dengan sebaran data yang cenderung membentuk garis lurus

2. Independensi

Yaitu plot antara residual data dengan $\hat{y}_{ij}$, asumsi dipenuhi jika sebaran data cenderung tidak membentuk pola tentu dan acak

3. Homogenitas

Yaitu plot antara residual data dengan urutan data, asumsi dipenuhi jika sebaran data cenderung tidak membentuk pola tentu dan acak

Perbedaan Asumsi Model Tetap dan Random

Model Efek Tetap

- a. $\sum_{i=1}^a \lambda_i = 0$,
- b. Sesatan diasumsikan berdistribusi Normal dan Independen atau dinotasikan $\varepsilon_{ij} \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$.

Model Efek Random

- a. λ_i diasumsikan berdistribusi Normal dan Independen atau dinotasikan $\lambda_i \sim \text{NID}(0, \sigma_\lambda^2)$,
- b. Sesatan diasumsikan berdistribusi Normal dan Independen atau dinotasikan $\varepsilon_{ij} \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$,
- c. λ_i dan ε_{ij} Independen.

Tabel data untuk percobaan faktor tunggal

<u>Perlakuan ke-</u>	<u>Observasi</u>	<u>Total</u>	<u>Rata-rata</u>
1	$y_{11} \quad y_{12} \quad \dots \quad y_{1n}$	$y_{1\cdot}$	$\bar{y}_{1\cdot}$
2	$y_{21} \quad y_{22} \quad \dots \quad y_{2n}$	$y_{2\cdot}$	$\bar{y}_{2\cdot}$
$\vdots$	$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$	$\vdots$	
a	$y_{a1} \quad y_{a2} \quad \dots \quad y_{an}$	$y_{a\cdot}$	$\bar{y}_{a\cdot}$
<u>Jumlah</u>		$y_{\cdot\cdot}$	$\bar{y}_{\cdot\cdot}$

Keterangan :

$$y_{i\cdot} = \sum_{j=1}^n y_{ij}, \quad y_{\cdot\cdot} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij}, \quad \bar{y}_{i\cdot} = \frac{y_{i\cdot}}{n}, \quad \bar{y}_{\cdot\cdot} = \frac{y_{\cdot\cdot}}{N}, \quad i = 1, \dots, a$$

$$N = an$$

Prosedur Uji ANAVA 1 Jalan –Model Efek Tetap

i. Asumsi :

$$\sum_{i=1}^a \tau_i = 0$$

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \begin{cases} i = 1, \dots, a \\ j = 1, \dots, n \end{cases}$$

ii. Hipotesis:

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_a = 0$$

$$H_1 : \tau_i \neq 0 (\text{setidaknya satu } i)$$

Thus, if the null hypothesis is true, each observation consists of the overall mean μ plus a realization of the random error component ε_{ij} . This is equivalent to saying that all N observations are taken from a normal distribution with mean μ and variance σ^2 . Therefore, if the null hypothesis is true, changing the levels of the factor has no effect on the mean response.

iii. Penentuan Tabel ANAVA

→ Partisi Jumlah Kuadrat (JK)

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \begin{cases} i = 1, \dots, a \\ j = 1, \dots, n \end{cases}$$

$$y_{ij} - \bar{y}_{..} = \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..} + y_{ij} - \bar{y}_{i.}$$

$$\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n \{y_{ij} - \bar{y}_{..}\}^2 = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n \{\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..} + y_{ij} - \bar{y}_{i.}\}^2$$

$$\underbrace{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n \{y_{ij} - \bar{y}_{..}\}^2}_{JK_T}$$

$$= \underbrace{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n \{\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}\}^2}_{JK_P} + \underbrace{2 \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n \{\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}\} \{y_{ij} - \bar{y}_{i.}\}}_{=0} + \underbrace{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n \{y_{ij} - \bar{y}_{i.}\}^2}_{JK_S}$$

$$\underbrace{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n \{y_{ij} - \bar{y}_{..}\}^2}_{JK_T} = \underbrace{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n \{\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}\}^2}_{JK_P} + \underbrace{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n \{y_{ij} - \bar{y}_{i.}\}^2}_{JK_S}$$

Partisi JK

Beberapa definisi variasi.

1. Variasi Total

Jumlah total kuadrat selisih data dengan rata-rata total seluruh data (overall mean)

$$JK_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n \{y_{ij} - \bar{y}_{..}\}^2 = \sum_i \sum_j y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N} \quad N = an$$

2. Variasi Antar Sampel (atau Variasi karena Perlakuan)

Jumlah total kuadrat selisih rata-rata tiap sampel thd rata-rata total (grand mean)

$$JK_P = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n \{y_{i.} - \bar{y}_{..}\}^2 = \sum_{i=1}^a \frac{y_{i.}^2}{n} - \frac{y_{..}^2}{N}$$



Beberapa definisi variasi.

3. Variasi Random

Jumlah total kuadrat selisih data dengan rata-rata sampel yg terkait

$$JK_S = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n \left\{ y_{ij} - \bar{y}_{i\cdot} \right\}^2 = JK_T - JK_P$$

The expected value of the treatment sum of squares is

$$E(SS_{\text{Treatments}}) = (a - 1)\sigma^2 + n \sum_{i=1}^a \tau_i^2$$

and the expected value of the error sum of squares is

$$E(SS_E) = a(n - 1)\sigma^2$$

iii. dari partisi JK disusun Tabel ANOVA 1 Jalan _ sam..

Sumber Variansi	JK	db	RK	Fp
Perlakuan	JKP	a-1	$RKP = JKP / (a-1)$	$Fp = RKP / RKS$
Sesatan	JKS	a(n-1)	$RKS = JKS / a(n-1)$	
Total	JKT	an-1		

iv. Daerah Kritis

Tolak H_0 jika $Fp > F_{db(perlakuan), db(sesatan)}$

Tolak H_0 jika $Fp > F_{(a-1), (a(n-1))}$