

LAST CHAPTER... ☺



KD 4

UJI HIPOTESIS

PREVIEW..

- Misal jika diketahui koin yang seimbang, apakah benar $p=1/2$ dengan $X \sim \text{Bin}(1, p)$ jika dilempar sekali dan $X \sim \text{Bin}(n, p)$ jika dilempar n kali?

- Misal pdf dari populasi

$$f(x, \theta), x \in \mathcal{X} \subseteq \mathcal{R},$$

θ parameter tidak diketahui, $\theta \in \Theta \subseteq \mathcal{R}$

- Definisi 8.1.1 (Nitis : 395)

Hipotesis adalah statemen tentang parameter tidak diketahui, θ

$H_0 : \theta \in \Theta_0$ hipotesis null

$H_1 : \theta \in \Theta_1$ hipotesis alternatif

➤ Hipotesis sederhana jika

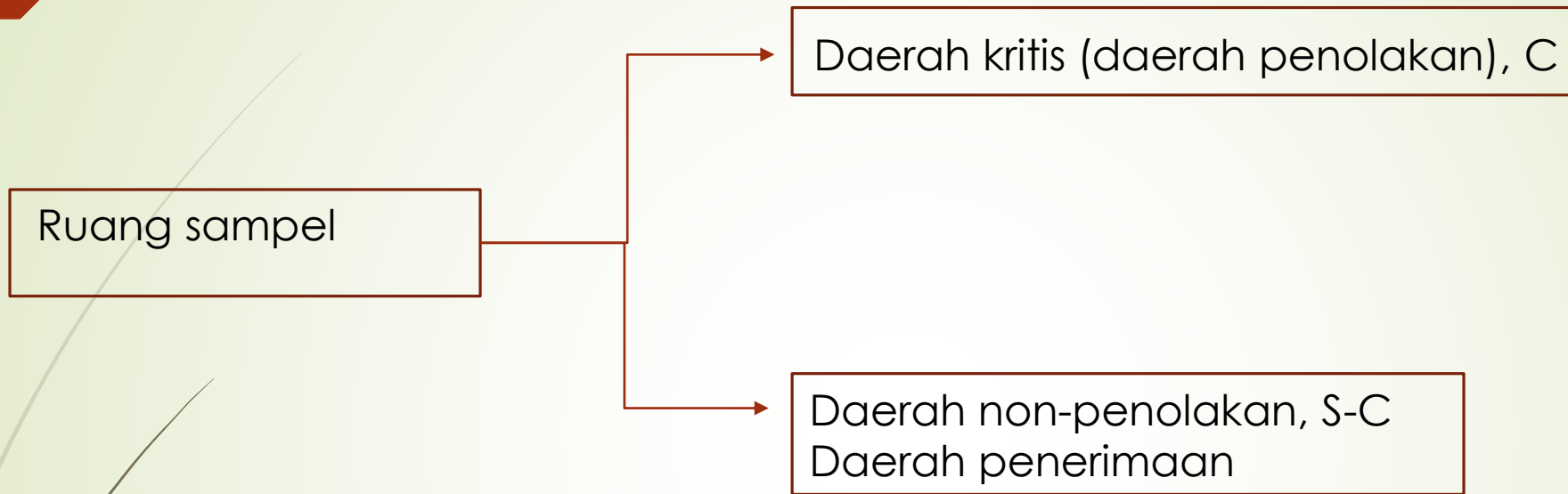
$$\begin{array}{l} H_0 : \theta = \theta_0 \\ H_1 : \theta = \theta_1 \end{array} \quad \theta_0, \theta_1 \text{ diketahui}$$

Hipotesis komposit satu sisi jika

$$\begin{array}{l} H_0 : \theta > \theta_0 \\ H_1 : \theta \leq \theta_1 \end{array} \quad \text{Atau} \quad \begin{array}{l} H_0 : \theta < \theta_0 \\ H_1 : \theta \geq \theta_1 \end{array}$$

Hipotesis komposit dua sisi jika

$$\begin{array}{l} H_1 : \theta \neq \theta_1 \\ H_1 : \theta \leq \theta_1 \cup \theta \geq \theta_1, \quad \theta_0 < \theta_1 \end{array}$$



► Definisi 12.1.2

Daerah kritis dari suatu uji hipotesis adalah subset dari ruang sampel yang berhubungan dengan penolakan H_0

Contoh 12.1.1

➤ Diketahui $X \sim N(\mu, 16)$

X : hasil reaksi kimia

Misal $\mu=10$, jika mineral tertentu tidak muncul

$\mu=11$, jika mineral tertentu muncul

Di ambil n sampel

Akan diuji hipotesis :

$$H_0 : \mu = \mu_0 = 10$$

$$H_1 : \mu = \mu_1 = 11$$

$\bar{x}$: statistik cukup untuk μ

Karena $\mu_1 > \mu_0$ maka $C = \left\{ (x_1, x_2, \dots, x_n) \mid \bar{x} \geq c \right\}$, c : konstan

Tolak H_0 jika $\bar{x} \geq c$

Terima H_0 jika $\bar{x} < c$



Kesalahan Tipe I: Menolak H_0 yang benar

Kesalahan Tipe II: Menerima H_0 yang salah



$$P[\text{Kesalahan Tipe I}] = P[\text{TI}] = \alpha$$

$$P[\text{Kesalahan Tipe II}] = P[\text{TII}] = \beta$$

➤ Menentukan c

$$c = \mu_0 + Z_{1-\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 10 + Z_{1-0,05} \frac{4}{\sqrt{25}} = 11,316$$

➤ Dicari α ,

$$\begin{aligned}\alpha &= P[\bar{X} \geq c | \mu = \mu_0 = 10] \\ &= P\left[\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \geq \frac{c - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right]\end{aligned}$$

Dicari β ...

Definisi 12.1.4

► Power function $\Pi(\theta)$ dari uji hipotesis adalah probabilitas menolak H_0 ketika nilai nya adalah θ

► Contoh

$X \sim N(\mu, \sigma^2), \sigma^2$ diketahui

$H_0 : \mu = \mu_0$

$H_1 : \mu > \mu_0$

Pada tingkat signifikansi α , uji akan menolak H_0 jika

$$Z_0 \geq Z_{1-\alpha}$$

$$Z_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \geq Z_{1-\alpha}$$

P-Value

➤ Ukuran α terkecil dimana H_0 dapat ditolak berdasarkan nilai atau data yang diobservasi

➤ Contoh

$$X \sim N(\mu, 16), \sigma = 4$$

$$H_0 : \mu = 10$$

$$H_1 : \mu > 10$$

$$\text{misal } \bar{x} = 11.4$$