

Bab 2

Bagian 2

ATURAN-ATURAN DALAM PROBABILITAS

1. Aturan Komplemen

- Komplemen kejadian A adalah suatu kejadian dimana A tidak terjadi

$$P(A^C) = 1 - P(A)$$

Cth 2

Pelemparan dadu, maka probabilitas muncul angka 1 adalah $1/6$.

Sehingga probabilitas muncul dadu angka bukan 1 adalah $1 - 1/6 = 5/6$.

2. Aturan Perkalian

Digunakan untuk menghitung probabilitas gabungan dua kejadian. Rumus :

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = P(A | B) \cdot P(B)$$

$$\text{atau, } P(A \text{ and } B) = P(B | A) \cdot P(A)$$

Jika A dan B kejadian yang saling independen maka :

$$P(A \text{ dan } B) = P(A) \cdot P(B)$$

3. Aturan Penjumlahan

Aturan penjumlahan digunakan untuk menghitung probabilitas kejadian A **atau** B **atau** keduanya A dan B terjadi

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Jika A dan B saling bebas maka

$$P(A \cap B) = 0$$

jadi

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

contoh

		B ₁		
		B ₁	B ₂	
A ₁	A ₁	.11	.29	.40
	A ₂	.06	.54	.60
	P(B _i)	.17	.83	1.00

$$\begin{aligned} P(A_1 \text{ atau } B_1) &= P(A_1) + P(B_1) - P(A_1 \text{ dan } B_1) \\ &= .40 + .17 - .11 \\ &= \mathbf{.46} \end{aligned}$$

$$P(A_1) = .11 + .29 = .40$$

$$P(B_1) = .11 + .06 = .17$$



Probabilitas Bersyarat

Probabilitas A dengan syarat B sudah terjadi

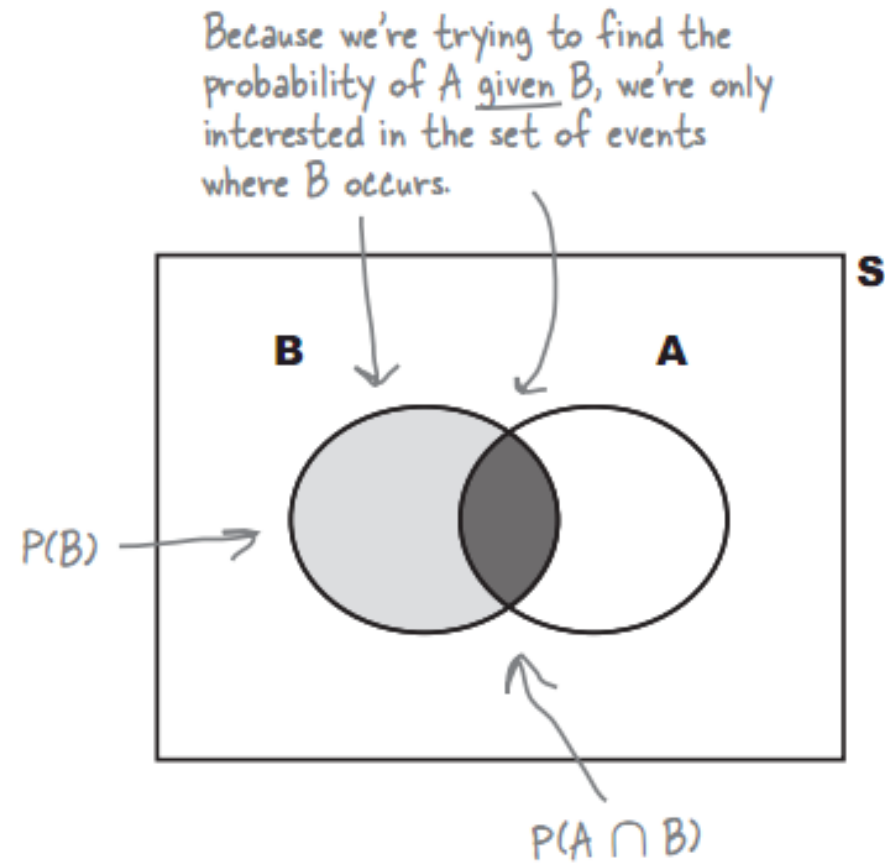
notasi

$$P(A|B)$$

→ Probabilitas kejadian A dengan syarat kejadian B

Rumus :

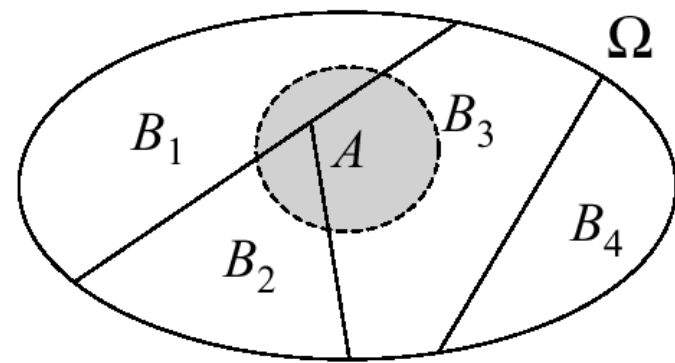
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



Contoh

- **Suatu Toko Café&Donut ingin menentukan probabilitas pelanggan mereka membeli donat dan kopi. Jika diketahui:**
- **$P(\text{Donat}) = 3/4$,**
- **$P(\text{Kopi} | \text{Donat}') = 1/3$,**
- **$P(\text{Donat} \cap \text{Kopi}) = 9/20$.**
- **Tentukan**
 - $P(\text{Kopi} | \text{Donat})$**
 - Find $P(\text{Kopi} \cap \text{Donat}')$**

Aturan Probabilitas Total



- Jika $\{B_i\}$ adalah partisi dari ruang sampel Ω
- Dan $\{A \cap B_i\}$ adalah partisi dari kejadian A maka berdasarkan sifat probabilitas :

$$P(A) = \sum_i P(A \cap B_i)$$

- Anggap $P(B_i) > 0$, untuk setiap i maka berlaku :

$$P(A) = \sum_i P(B_i)P(A | B_i)$$

Teorema Bayes

- Jika $\{B_i\}$ adalah partisi dari ruang sampel Ω
- Misal $P(A) > 0$ dan $P(B_i) > 0$, untuk setiap i

$$P(B_i | A) = \frac{P(A \cap B_i)}{P(A)} = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{P(A)}$$

Maka dengan teorema probabilitas total :

$$P(B_i | A) = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{\sum_j P(B_j)P(A|B_j)}$$

→ Disebut dengan teorema bayes

- $P(B_i)$ disebut dengan probabilitas prior dari kejadian B_i
- $P(B_i | A)$ disebut dengan probabilitas posterior dari kejadian B_i (dengan syarat A)

Contoh

Suatu pabrik mempunyai 3 mesin A, B dan C. masing-masing peluang memproduksi adalah 60%, 30% dan 10%. Persentase kerusakan produksi yang disebabkan oleh masing-masing mesin 2%, 3% dan 4%. Misal dipilih satu unit produksi dan diketahui rusak. Maka hitung probabilitas bahwa kerusakan produk yang diambil dari mesin C!

Misal R adalah unit produk yang rusak maka akan dihitung $P(C|R)$ yaitu probabilitas unit produksi dari mesin C dengan diketahui unit produk rusak

Dengan teorema Bayes, kejadian $P(A)$, $P(B)$ dan $P(C)$ adalah peluang (persentase produksi) dari masing-masing mesin; $P(R | A)$, $P(R | B)$ dan $P(R | C)$ adalah peluang (persentase kerusakan) dari masing-masing mesin.

$$\begin{aligned} P(C | R) &= \frac{P(C).P(R | C)}{P(A).P(R | A) + P(B).P(R | B) + P(C).P(R | C)} \\ &= \frac{(0,1)(0,04)}{(0,6)(0,02) + (0,3)(0,03) + (0,1)(0,04)} = \frac{4}{25} \end{aligned}$$

Definisi: Independensi

Dua kejadian saling independen jika memenuhi sifat:

$$1. P(A|B) = P(A)$$

$$2. P(B|A) = P(B)$$

$$3. P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

Kejadian $E_1, E_2, \dots, E_n$ saling independen jh untuk sebarang subset $E_{i_1}, E_{i_2}, \dots, E_{i_k}$ berlaku:

$$P(E_{i_1} \cap E_{i_2} \cap \dots \cap E_{i_k}) = P(E_{i_1}) \cap P(E_{i_2}) \cap \dots \cap P(E_{i_k})$$