INTERVAL KONFIDENSI DUA POPULASI

Presented by (K1313047) (K1313051)

A. Selisih Dua Mean

1. $\mu_1 - \mu_2$ jika σ_1^2 dan σ_2^2 diketahui

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

Contoh 1.

Diketahui nilai ujian kimia yang diberikan pada 50 siswa putri dan 75 putra mempunyai rata-rata masing-masing 76 dan 86. Cari selang kepercayaan 96% untuk selisih $\mu_1 - \mu_2$! Anggap standar deviasi populasi untuk masing-masing putra dan putri adalah 8 dan 6.

$\bar{x}_1$ = 86 adl rata-rata nilai siswa putra, n_1 = 75 dan σ_1 = 8.

$\bar{x}_2$ = 76 adl rata-rata nilai siswa putri, n_2 = 50 dan σ_2 = 6.

$\alpha = 0.04 \rightarrow z_{0.02} = 2.05$ sehingga didapat

$$(86-76)-(2.05)\sqrt{\left(\frac{8^2}{75}\right)+\left(\frac{6^2}{50}\right)} < \mu_1-\mu_2 <$$

$$(86-76)+(2.05)\sqrt{\left(\frac{8^2}{75}\right)+\left(\frac{6^2}{50}\right)}$$

$$3.43 < \mu_1-\mu_2 < 8.57$$

2. $\mu_1-\mu_2$ jika $\sigma_1^2=\sigma_2^2$ tapi nilainya tak diketahui

$$(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-t_{\alpha/2}s_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}<\mu_1-\mu_2<(\bar{x}_1-\bar{x}_2)+t_{\alpha/2}s_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$$

dengan derajat bebas untuk distribusi t = v = $n_1 + n_2 - 2$ dan

$$s_p^2=\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$$

Contoh 2.

sampel random 12 buah punya berat rata-rata 3.11 gr dg st. deviasi 0.771 gr. sampel lain berjumlah 15 buah berat rata-rata 2.04 gr dan st. deviasi 0.448. estimasi perbedaan rata-rata tersebut dengan tingkat kepercayaan 90% !

$\bar{x}_1 = 3.11$ adl rata-rata 1, $n_1 = 12$, $S_1 = 0.771$.

$\bar{x}_2 = 2.04$ adl rata-rata 2, $n_2 = 10$, $S_2 = 0.448$.

Diasumsikan varians sama, maka

$$S_p = \sqrt{\frac{(12-1)(0.771)^2 + (10-1)(0.448)^2}{12+10-2}} = 0.646$$

$$\alpha = 0.1 \rightarrow t^{0.05}{}_{\text{db=12+10-2}} = t^{0.05}{}_{\text{db=20}} = 1.725$$

Jadi, selang kepercayaan 90% untuk selisih rata-rata antara dua produk adalah

$$(3.11-2.04)-(1.725)(0.646)\left(\sqrt{\frac{1}{12}+\frac{1}{10}}\right) < \mu_1 - \mu_2 <$$

$$(3.11-2.04)+(1.725)(0.646)\left(\sqrt{\frac{1}{12}+\frac{1}{10}}\right)$$

$$0.593 < \mu_1 - \mu_2 < 1.547$$

3. $\mu_1-\mu_2$ $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ tapi nilainya tidak diketahui

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{\alpha/2,v}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{\alpha/2,v}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}$$

dengan derajat bebas (v) untuk distribusi t adalah

$$v = \frac{(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2)^2}{[(s_1^2/n_1)^2/(n_1-1)]+[(s_2^2/n_2)^2/(n_2-1)]}$$

Contoh 3.

penelitian kadar kimia-Ortofosfor, 15 sampel dikumpulkan dari stasion 1 dan 12 sampel dari stasion 2. 15 sampel dari stasion 1 punya rata-rata kadar ortofosfor 3.84 mg/l dan st. deviasi 3.07 mg/l, dan 12 sampel dari stasion 2 mempunyai rata-rata kadar 1.49 mg/l dg st. deviasi 0.80 mg/l. Cari selang kepercayaan 95% untuk selisih rata-rata kadar ortofosfor sesungguhnya, anggap bahwa pengamatan berasal dari populasi normal dengan varians yang berbeda!

$\bar{x}_1 = 3.84$ adl rata-rata kadar ortofosfor stasion 1, $n_1 = 15$, $S_1 = 3.07$.

$\bar{x}_2 = 1.49$ adl rata-rata kadar ortofosfor stasion 2, $n_2 = 12$, $S_2 = 0.80$.

Diasumsikan varians berbeda, maka

$$v = \frac{\left(\frac{3.07^2}{15} + \frac{0.80^2}{12}\right)^2}{\frac{\left(\frac{3.07^2}{15}\right)^2}{(15-1)} + \frac{\left(\frac{0.80^2}{12}\right)^2}{(12-1)}} = 16.3 \approx 16$$

$\alpha = 0.05 \rightarrow$ t0.025db= v = t0.025db=16 = 2.120

Jadi, selang kepercayaan 95% untuk selisih rata-rata kadar ortofosfor di stasion1 dengan stasion2 adalah

$$(3.84-1.49)-(2.120)\sqrt{\frac{3.07^2}{15}+\frac{0.80^2}{12}} < \mu_1 - \mu_2 < (3.84-1.49)+(2.120)\sqrt{\frac{3.07^2}{15}+\frac{0.80^2}{12}}$$

$$0.60 < \mu_1 - \mu_2 < 4.10$$

B. Variansi

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{(n-1,\alpha/2)}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{(n-1,1-\alpha/2)}}$$

Contoh 4.

Mesin pengisi gandum ke dalam kemasan dirancang untuk bekerja mengisi gandum ke dalam kotak rata-rata sebanyak 25 kg. pemeriksaan terhadap 15 kotak menunjukkan deviasi standard pengisian gandum itu adalah 0,0894 kg. Estimasikan deviasi standard populasi dg tingkat kepercayaan 95% !

$s = 0.089$; $s^2 = 0.08$; $n=15$; $v=n-1=14$; TK 95%; $\alpha = 1-0.95 = 0.05$

$$\frac{14(0{,}008)}{\chi^2_{0.025,14}} < \sigma^2_x < \frac{14(0{,}008)}{\chi^2_{0.975,14}}$$

$$\frac{14(0{,}008)}{26{,}1} < \sigma^2_x < \frac{14(0{,}008)}{5{,}63}$$

$$0{,}0043 < \sigma^2_x < 0{,}0199$$

$$0{,}066 < \sigma_x < 0{,}141$$

C. Rasio Dua Variansi

$$\frac{s_1^2}{s_2^2}\frac{1}{f_{\frac{\alpha}{2}(\nu_1,\nu_2)}} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{s_1^2}{s_2^2}\frac{1}{f_{\frac{\alpha}{2}(\nu_2,\nu_1)}}$$

Contoh 5

Tes dikenakan pada 25 mahasiswa dan 16 mahasiswi. Rata-rata skor mahasiswa adalah 82 dg deviasi baku 8, sedangkan skor mahasiswi adalah 78 dg deviasi 7. interval konfidensi 98% dengan mengasumsikan bahwa distribusi nilai-nilai mereka adalah normal ?

$n_{1=}$ 25; n_2= 16 ; s_1= 8 ; s_2= 7 ; $F_{0,01;24,15}$= 3,29 ; $F_{0,01;15,24}$= 2,89

diperoleh

$$\left(\frac{64}{49}\right)\frac{1}{329} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \left(\frac{64}{49}\right)(2.89)$$

$$0.397 < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < 3.775$$

$$0.630 < \frac{\sigma_1}{\sigma_2} < 1.943$$