

**BAB I**  
**Bagian 3**

**Distribusi Kontinu**

# 1. Continuous Uniform Distribution

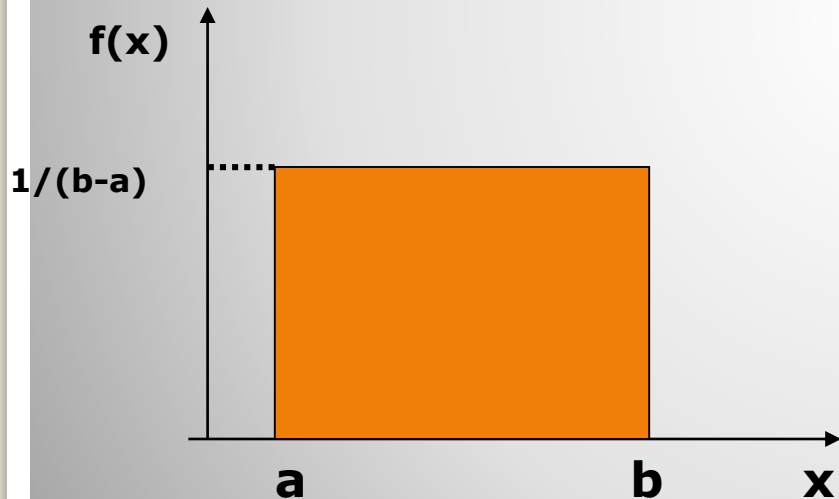
vR kontinu dikatakan mempunyai distribusi Uniform Kontinu  $X \sim \text{UNIF}(a, b)$  dengan pdf:

$$f(x; a, b) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{x yang lain} \end{cases}$$

Rata-rata :

$$\mu = \frac{a+b}{2}$$

$$\text{Variansi : } \sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$$



Cdf:

$$F(x) = \int_a^x \frac{1}{b-a} du = \frac{x}{b-a} - \frac{a}{b-a}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ (x-a)/(b-a) & a \leq x < b \\ 1 & b \leq x \end{cases}$$

Suatu vR kontinu menyatakan arus pada kabel dengan satuan mA dan mempunyai range  $[0,20\text{mA}]$ , misalkan pdf dari  $X$  adalah

$$f(x) = 0.05, \quad 0 \leq x \leq 20$$

- a. Berapa probabilitas ukuran arus antara 5 dan 10 mA?
- b. Rata-rata dan variansi arus?

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} P(5 < X < 10) &= \int_5^{10} f(x) dx \\ &= 5(0.05) \\ &= 0.025 \end{aligned}$$

$$E(X) = 10 \quad V(X) = \frac{20^2}{12} = 33.33$$

## 2. Distribusi Gamma

Fungsi Gamma didefinisikan :

$$\Gamma(\kappa) = \int_0^{\infty} x^{\kappa-1} e^{-x} dx, \kappa > 0$$

Theorema

$$\Gamma(\kappa) = (\kappa-1)\Gamma(\kappa-1), \quad \kappa > 1$$

$$\Gamma(\kappa) = (\kappa-1)!$$

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$$

Pdf dari Gamma:

$$X \sim GAM(\theta, \kappa), f(x; \theta, \kappa) = \frac{1}{\theta^{\kappa} \Gamma(\kappa)} x^{\kappa-1} e^{-\frac{x}{\theta}}, \quad x > 0$$

Rata-rata dan variansi

$$E[X] = \kappa\theta$$

$$V(X) = \kappa\theta^2$$

### 3. DISTRIBUSI NORMAL

- vR  $X$  dengan pdf :

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty$$

dengan parameter  $\mu$ ,  $-\infty < \mu < \infty$ ,

dan  $0 < \sigma < \infty$ ,

$$E(X) = \mu, \quad V(X) = \sigma^2$$

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

# Normal Standar PDF

$$\text{Jika } z = \frac{x - \mu}{\sigma} \text{ maka } \phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}, -\infty < z < \infty$$

$$Z \sim N(0,1)$$

$$E(X) = \mu = 0, \quad V(X) = \sigma^2 = 1$$

$$X \sim N(0,1)$$

→  $\phi(z)$  maksimum saat  $z=0$

→ mempunyai titik belok saat  $z=\pm 1$

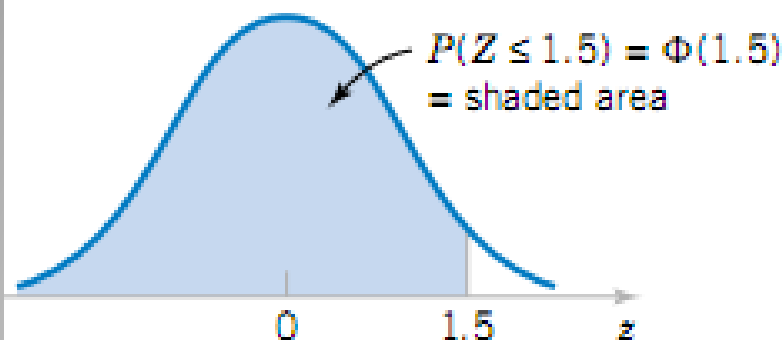
SIFAT-sifat

$$\phi(z) = -\phi'(z)$$

$$\phi'(z) = -z\phi(z)$$

$$\phi''(z) = (z^2 - 1)\phi(z)$$

# Contoh (Metstat 1)



| $z$      | 0.00    | 0.01     | 0.02    | 0.03    |
|----------|---------|----------|---------|---------|
| 0        | 0.50000 | 0.50399  | 0.50398 | 0.51197 |
| $\vdots$ |         | $\vdots$ |         |         |
| 1.5      | 0.93319 | 0.93448  | 0.93574 | 0.93699 |

(1)  $P(Z > 1.26) = 1 - P(Z \leq 1.26) = 1 - 0.89616 = 0.10384$

(2)  $P(Z < -0.86) = 0.19490.$

(3)  $P(Z > -1.37) = P(Z < 1.37) = 0.91465$

(4)  $P(-1.25 < Z < 0.37).$

$$P(Z < 0.37) = 0.64431 \quad \text{and} \quad P(Z < -1.25) = 0.10565$$

Therefore,

$$P(-1.25 < Z < 0.37) = 0.64431 - 0.10565 = 0.53866$$

# Theorema

Jika  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  maka

$$1. Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$$

$$2. F_X(x) = \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)$$

Pendekatan Normal dari Binomial

If  $X$  is a binomial random variable,

$$Z = \frac{X - np}{\sqrt{np(1 - p)}} \quad (4-12)$$

is approximately a standard normal random variable. The approximation is good for

$$np > 5 \quad \text{and} \quad n(1 - p) > 5$$

## Pendekatan Normal dari dist Poisson

If  $X$  is a Poisson random variable with  $E(X) = \lambda$  and  $V(X) = \lambda$ ,

$$Z = \frac{X - \lambda}{\sqrt{\lambda}} \quad (4-13)$$

is approximately a standard normal random variable. The approximation is good for

$$\lambda > 5$$

## 4. Distribusi Eksponensial

variabel  $X$  kontinu mempunyai distribusi Eksponensial dengan parameter  $\theta > 0$  dan pdf :

$$f(x; \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, \quad x > 0$$

therefore

$$F(x) = P(X \leq x) = 1 - e^{-\frac{x}{\theta}}, \quad x \geq 0$$

and

$$E[X] = \theta$$

$$V(X) = \theta^2$$

## Distribusi Lain

Kemungkinan tema yang bisa diangkat dalam MK seminar (statmat):

- Chi Kuadrat
- Gumbell
- Tweedie
- Rayleight
- Beta
- Pearson
- Cauchy
- Benford
- dll

# Parameter lokasi dan parameter skala

Kuantitas  $\eta$  disebut dengan parameter lokasi untuk distribusi  $X$  jika pdf atau cdf nya dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$f(x; \eta) = f_0(x - \eta)$$

$$F(x; \eta) = F_0(x - \eta)$$

Kuantitas  $\theta$  disebut dengan parameter skala untuk distribusi  $X$  jika pdf atau cdf nya dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$f(x; \theta) = \frac{1}{\theta} f_0\left(\frac{x}{\theta}\right)$$

$$F(x; \theta) = F_0\left(\frac{x}{\theta}\right)$$

Kuantitas  $\eta$  dan  $\theta > 0$  disebut dengan parameter lokasi – skala untuk distribusi X jika pdf atau cdf nya dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$f(x; \theta, \eta) = \frac{1}{\theta} f_0\left(\frac{x - \eta}{\theta}\right)$$

$$F(x; \theta, \eta) = F_0\left(\frac{x - \eta}{\theta}\right)$$

**Parameter Lok-Skal**