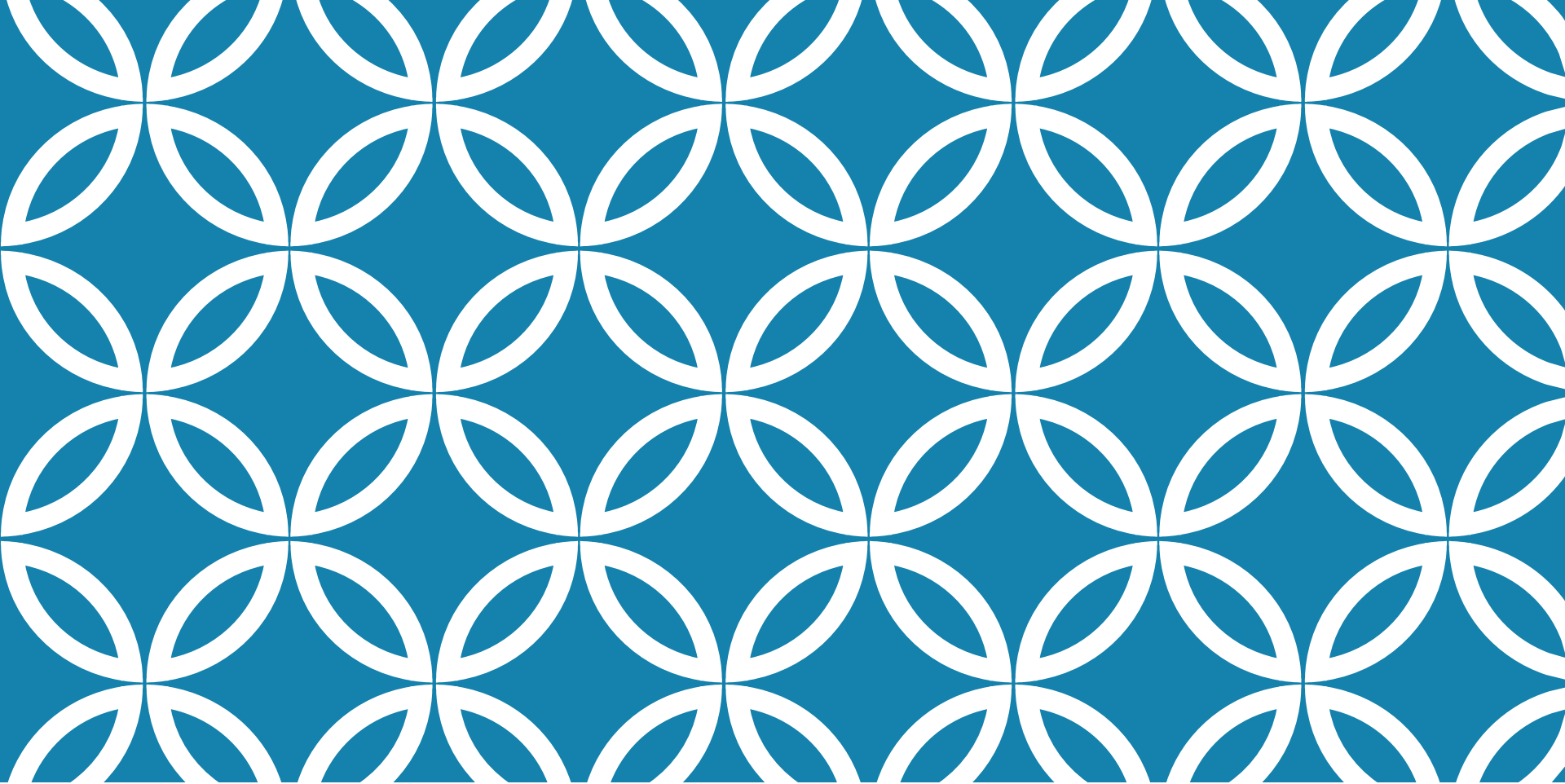
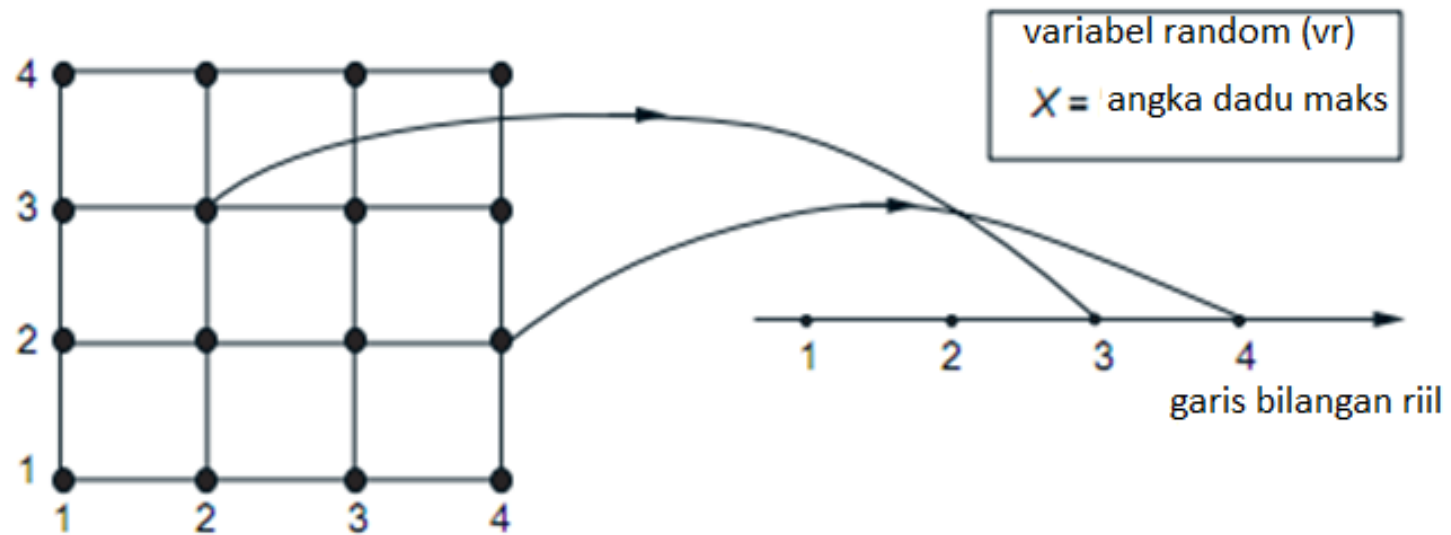
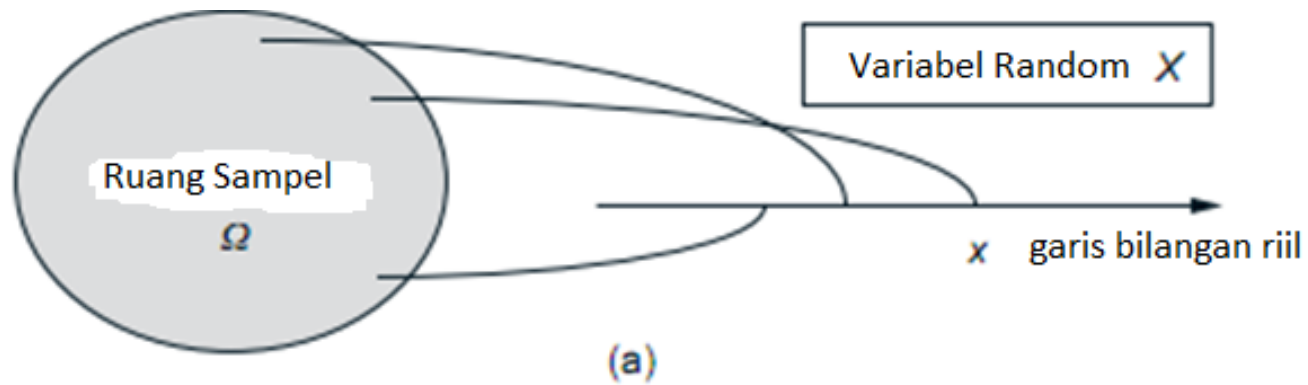




Variabel Random dan Distribusi Khusus

BAB 1

ILUSTRASI VR



S =ruang sampel

Pasangan angka hasil pelemparan dadu (b)

DEFINISI

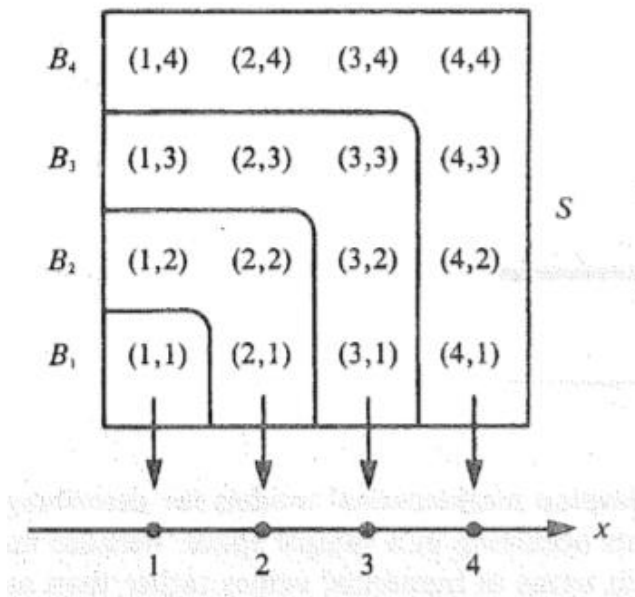
Variabel random, X adalah fungsi yang terdefinisi pada ruang sampel S , yang berasosiasi dengan suatu bilangan riil, notasi:

$$X(e)=x,$$

Dengan e merupakan kejadian yang mungkin dalam S

Contoh 1

Ruang sampel pelemparan 4 mata dadu



misal $e = (i, j), i, j = 1, 2, 3, 4$

$$X(e) = \max(i, j)$$

$\max(1,1)=1, \max(2,2)=2, \max(3,2)=3, \max(4,3)=4$

jadi $x = 1, 2, 3, 4$

Bagaimana jika $Y(e) = i + j$?

VARIABEL RANDOM DISKRIT

DEFINISI 2.2.1

Jika himpunan semua variable random X merupakan himpunan terhitung (countable) $x_1, x_2, \dots, x_n$ atau $x_1, x_2, \dots$ maka X disebut dengan variable random diskrit. Fungsi : $f(x) = P[X = x], \quad x = x_1, x_2, \dots$

Disebut dengan pdf diskrit (fungsi densitas probabilitas)

SIFAT:

Fungsi $f(x)$ disebut dengan pdf diskrit j.h.j memenuhi :

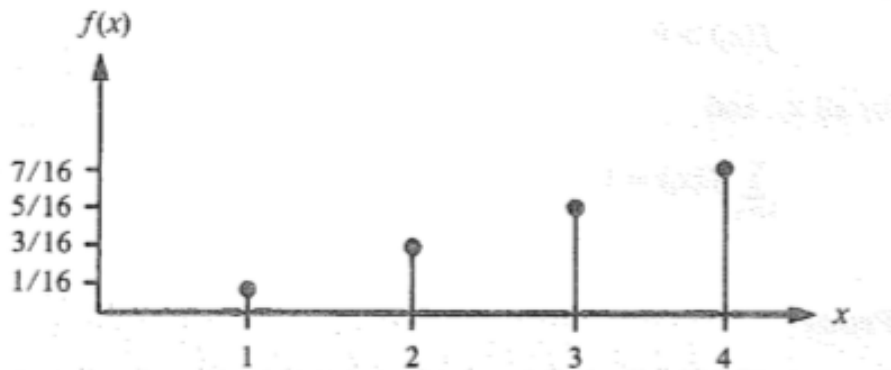
- i. $f(x) \geq 0$
- ii. $\sum_{\forall x_i} f(x) = 1$

CONTOH 2. KEMBALI KE CONTOH 1

Tentukan $f(x)$ nya!

x	1	2	3	4
$f(x)$	$1/16$	$3/16$	$5/16$	$7/16$

Gambar $f(x)$



CONTOH 3

Jika $f(x) = c(2^x - 1)$, $x = 1, 2, \dots, 12$

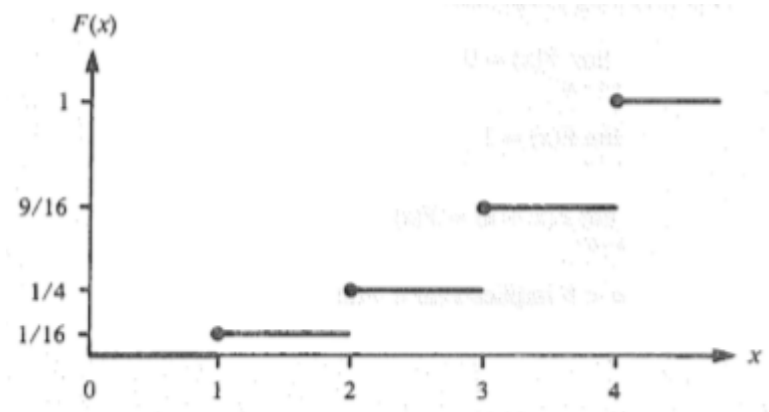
Maka tentukan c untuk dapat mengetahui bentuk pdfnya!

DEFINISI CDF

Fungsi distribusi kumulatif (cdf) dari variabel random X terdefinisi untuk bilangan riil x adalah : $F(x) = P[X \leq x]$

Contoh 4. gambar cdf dari contoh 2

x	1	2	3	4
$f(x)$	$1/16$	$3/16$	$5/16$	$7/16$



EXAMPLE 4

TH. 2.2.2 BAIN : 59

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -2 \\ 0.2, & -2 \leq x < 0 \\ 0.7, & 0 \leq x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

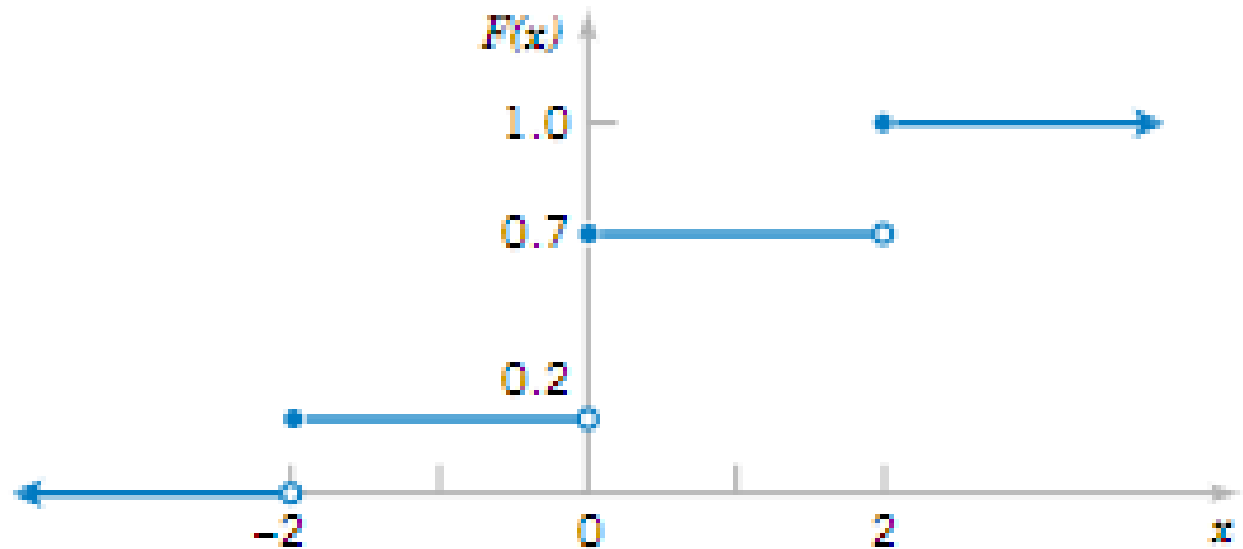


Figure 3-3 displays a plot of $F(x)$. From the plot, the only points that receive nonzero probability are -2 , 0 , and 2 . The probability mass function at each point is the change in the cumulative distribution function at the point. Therefore,

$$f(-2) = 0.2 - 0 = 0.2 \quad f(0) = 0.7 - 0.2 = 0.5 \quad f(2) = 1.0 - 0.7 = 0.3$$

TH 2.2.2

Let X be a discrete random variable with pdf $f(x)$ and CDF $F(x)$. If the possible values of X are indexed in increasing order, $x_1 < x_2 < x_3 < \dots$, then $f(x_1) = F(x_1)$, and for any $i > 1$,

$$f(x_i) = F(x_i) - F(x_{i-1})$$

Furthermore, if $x < x_1$ then $F(x) = 0$, and for any other real x

$$F(x) = \sum_{x_i \leq x} f(x_i)$$

where the summation is taken over all indices i such that $x_i \leq x$.

TEOREMA 2.2.3

A function $F(x)$ is a CDF for some R.V X if and only if it satisfies the following properties :

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$

3. $\lim_{h \rightarrow 0^+} F(x+h) = F(x)$

4. $a < b$ implies $F(a) \leq F(b)$

$$(-\infty, b] = (-\infty, a] \cup (a, b]$$

$$P[a < X \leq b] = F(b) - F(a)$$

DEFINISI NILAI HARAPAN

Jika X adalah variable random diskrit dengan pdf $f(x)$ maka nilai harapan dari X didefinisikan:

$$E(X) = \sum_x x f(x)$$

Contoh 5.

Cari $E(X)$ dari contoh 2

VR KONTINU

Variabel random X disebut dengan variabel random kontinu jika ada fungsi pdf $f(x)$ dari X sedemikian sehingga cdf-nya direpresentasikan :

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

Pdf dapat diperoleh dari cdf:

$$f(x) = \frac{d}{dx} F(x) = F'(x) \text{ (jika turunan ada)}$$

jika $a < b$

$$\begin{aligned} P[a < X \leq b] &= P[a \leq X < b] = P[a < X < b] \\ &= P[a \leq X \leq b] \end{aligned}$$

SIFAT:

Fungsi $f(x)$ disebut dengan pdf kontinu j.h.j memenuhi :

i. $f(x) \geq 0$

ii. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$

Contoh 6

Tentukan c!

$$f(x) = \begin{cases} c(1+x)^{-3}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

DEFINISI NILAI HARAPAN

Jika X adalah variable random kontinu dengan pdf $f(x)$ maka nilai harapan dari X didefinisikan:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \text{ (jika ada)}$$

Contoh 7.

Cari $E(X)$ dari contoh 6