BAB 1

Analisis Variansi satu faktor
Single Factor Analysis Of Variance (ANOVA)

ANALISIS VARIANSI SATU FAKTOR

→Di MetStat 1 sudah dikenal uji hipotesis rata-rata dua populasi A dan B yang berdistribusi Normal

$$H_0 : \mu_A = \mu_B$$
$$H_1 : \mu_A \neq \mu_B$$

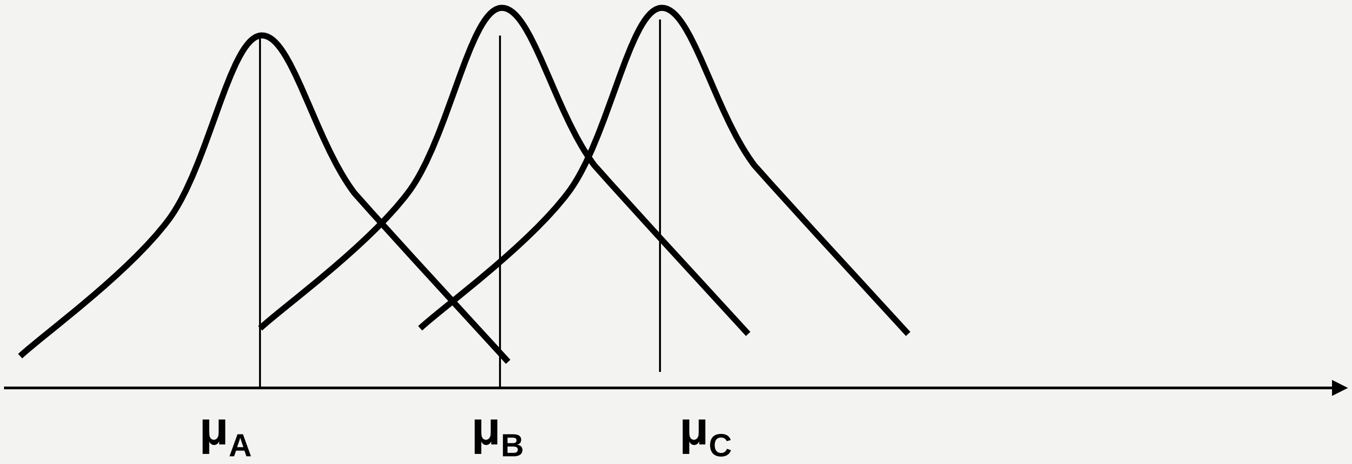
→Bagaimana jika terdapat lebih dari dua populasi?

→Analisis variansi satu faktor

→Untuk mengetahui ada tidaknya perbedaan tingkat faktor (perlakuan) dalam populasi

→Di lihat dari signifikansi rata-rata populasi

IDE - UJI ANOVA



Ide dasar uji ANAVA adalah perbedaan rata-rata populasi ditentukan oleh dua faktor yaitu variasi data dalam 1 sampel dan variasi data antar sampel. Perbedaan rata-rata antar populasi nyata jika variasi data antar sampel besar sedangkan variasi data dalam 1 sampel kecil.

LATAR BELAKANG ANOVA

Latar belakang dikembangkan metoda ini karena ingin dilakukan UJI terhadap rata-rata populasi yang mengalami “perlakuan” yg berbeda-beda.

Pertanyaannya : apakah perbedaan rata-rata antara berbagai grup yg mengalami perlakuan berbeda tsb signifikan atau tidak.

$$\varepsilon_{ij} \sim \mathrm{NID}\,(0, \sigma^2)$$

Asumsi untuk uji ANOVA adalah:

→Populasi berdistribusi normal

→Variansi populasi sama

→Populasi independen

APA ITU ANAVA ..?

→ANOVA adalah suatu metoda untuk menguji hipotesis kesamaan rata-rata dari tiga atau lebih populasi

→Variabel independen pada ANAVA ; kualitatif

- ***Analysis of variance*** **(ANOVA) digunakan untuk menyelidiki pengaruh/ efek utama dan atau interaksi dari variabel independen (disebut dengan "<u>faktor</u>")**
- **Tingkat/ level yang berbeda dari faktor → <u>Perlakuan</u>**
- **Pengaruh utama adalah efek langsung dari suatu variabel independen terhadap variabel dependen**
- **Pengaruh interaksi adalah efek bersama antar satu atau lebih variabel independen terhadap variabel dependen (anava 2 faktor)**

CONTOH

Tiga kelompok subyek penelitian untuk menguji keakuratan alat pengukur pH digital dengan 3 merek. Merek yang dimaksud adalah merek I, II dan III. Merek dipilih yang memiliki spesifikasi yang sama. Data hasil penelitian adalah sebagai berikut:

Faktor → Merek

Perlakuan → merek I,
merek II,
merek III

I	II	III
25	17	26
11	16	20
16	18	17
26	20	26
32	10	43
25	14	46
30	19	35
17		34
		18

MODEL LINIER ANAVA SATU FAKTOR

One- way atau *single factor analysis of variance* ?

→ **Karena hanya satu faktor yang diselidiki**

Perlakuan yang digunakan diusahakan **se-seragam mungkin**, → *completely randomized design* (Rancangan Random Lengkap)

- Secara umum, jika *n* observasi dikenakan a perlakuan maka model linier statistik :

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \begin{cases} i = 1,..,a \\ j = 1,..,n \end{cases} \qquad (1)$$

$$\Rightarrow y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij} \begin{cases} i = 1,..,a \\ j = 1,..,n \end{cases}$$

$$\text{dengan}\ \mu_i = \mu + \tau_i$$

$$\text{-->}\ \text{rata-rata perlakuan ke-}i$$

y_{ij} : observasi ke (ij)

μ : rata-rata keseluruhan perlakuan (overall means)

τ_i : pengaruh/efek perlakuan ke-i

ε_{ij} : sesatan dengan asumsi NID $(0, \sigma^2)$

Tujuan ANAVA satu jalan :

melakukan uji hipotesis tentang efek/perlakuan perlakuan dan mengestimasinya

Jika perlakuan dipilih tertentu oleh eksperimenter maka kesimpulan uji tidak bisa digeneralisasikan untuk populasi perlakuan

→ (1) merupakan **MODEL EFEK TETAP**

a. $\sum_{i=1}^{a} \lambda_i = 0$,

b. Sesatan diasumsikan berdistribusi Normal dan Independen atau dinotasikan $\varepsilon_{ij} \sim \mathrm{NID}\left(0, \sigma^2\right)$.

Jika perlakuan dipilih random dari populasi perlakuan oleh eksperimenter maka kesimpulan uji dapat digeneralisasikan ke seluruh populasi perlakuan

→ (1) merupakan MODEL EFEK RANDOM/ *components of variance model*

a. λ_i diasumsikan berdistribusi Normal dan Independen atau dinotasikan $\lambda_i \sim \mathrm{NID}\left(0, \sigma_\lambda^2\right)$,

b. Sesatan diasumsikan berdistribusi Normal dan Independen atau dinotasikan $\varepsilon_{ij} \sim \mathrm{NID}\left(0, \sigma^2\right)$,

c. λ_i dan ε_{ij} Independen.

ASUMSI MODEL EFEK TETAP

$$\frac{\sum_{i=1}^{a} \mu_i}{a} = \mu$$

$$\sum_{i=1}^{a} \mu_i = a\mu$$

$$\sum_{i=1}^{a} \underbrace{(\mu + \tau_i)}_{\tau_i} = a\mu \quad \Rightarrow \quad \sum_{i=1}^{a} \tau_i = 0$$

Artinya asumsi model efek tetap :
Jumlah rata-rata perlakuan ke-*i* dibagi dengan jumlah perlakuan sama dengan *overal mean*

TABEL DATA UNTUK PERCOBAAN FAKTOR TUNGGAL

Perlakuan ke-	Observasi				Total	Rata-rata
1	y_{11}	y_{12}	$\cdots$	y_{1n}	$y_{1\cdot}$	$\bar{y}_{1\cdot}$
2	y_{21}	y_{22}	$\cdots$	y_{2n}	$y_{2\cdot}$	$\bar{y}_{2\cdot}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	
a	y_{a1}	y_{a2}	$\cdots$	y_{an}	$y_{a\cdot}$	$\bar{y}_{a\cdot}$
Jumlah					$y_{\cdot\cdot}$	$\bar{y}_{\cdot\cdot}$

Keterangan :

$$y_{i\cdot} = \sum_{i=1}^{n} y_{ij}, \quad y_{\cdot\cdot} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n} y_{ij}, \quad \bar{y}_{i\cdot} = \frac{y_{i\cdot}}{n}, \quad \bar{y}_{\cdot\cdot} = \frac{y_{\cdot\cdot}}{N}, \; i = 1,\ldots,a$$

$$N = an$$

PROSEDUR UJI ANAVA 1 FAKTOR -MODEL EFEK TETAP

i. Asumsi :

$$\sum_{i=0}^{a} \tau_i = 0$$

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \begin{cases} i = 1,..,a \\ j = 1,..,n \end{cases}$$

ii. Hipotesis:

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_a = 0$$

$$H_1 : \tau_i \neq 0 (\text{setidaknya satu } i)$$

Tiap observasi memuat *overall mean* dan error. Hal ini equivalen menyatakan bahwa N observasi diambil dari distribusi Normal dengan rata-rata μ dan variansi σ^2 .
Artinya jika H0 benar maka perubahan tingkat faktor (perlakuan) ke-i, τ_i tidak berpengaruh terhadap rata-rata respon

iii. Penentuan Tabel ANAVA

→ Partisi Jumlah Kuadrat (JK)

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \begin{cases} i = 1,..,a \\ j = 1,..,n \end{cases}$$

$$y_{ij} - \bar{y}_{\bullet\bullet} = \bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet} + y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet}$$

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}\left\{y_{ij} - \bar{y}_{\bullet\bullet}\right\}^2 = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}\left\{\left(\bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet}\right) + \left(y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet}\right)\right\}^2$$

$$\underbrace{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}\left\{y_{ij} - \bar{y}_{\bullet\bullet}\right\}^2}_{\mathrm{JK_T}}$$

$$= \underbrace{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}\left\{\bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet}\right\}^2}_{\mathrm{JK_P}} + \underbrace{2\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}\left\{\bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet}\right\}\left\{y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet}\right\}}_{=0} + \underbrace{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}\left\{y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet}\right\}^2}_{\mathrm{JK_S}}$$

$$\underbrace{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}\left\{y_{ij} - \bar{y}_{\bullet\bullet}\right\}^2}_{\mathrm{JK_T}} = \underbrace{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}\left\{\bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet}\right\}^2}_{\mathrm{JK_P}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}\left\{y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet}\right\}^2}_{\mathrm{JK_S}}$$

PARTISI JK

Beberapa definisi variasi.

1. Variasi Total

   Jumlah total kuadrat selisih data dengan rata-rata total seluruh data (overall mean)

$$\mathrm{JK_T} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}\left\{y_{ij} - \bar{y}_{\bullet\bullet}\right\}^2 = \sum_{i}\sum_{j} y_{ij}^2 - \frac{y_{\bullet\bullet}^2}{N} \qquad (2)$$

2. Variasi Antar Sampel (atau Variasi karena Perlakuan)

   Jumlah total kuadrat selisih rata-rata tiap sampel thd rata-rata total (grand mean)

$$\mathrm{JK_P} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}\left\{\bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet}\right\}^2 \qquad (3)$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\frac{y_{i\bullet}^2}{n} - \frac{y_{\bullet\bullet}^2}{N}$$

Buktikan
2 dan 3

Beberapa definisi variasi.

3. Variasi Random

Jumlah total kuadrat selisih data dengan rata-rata sampel yg terkait

$$\mathrm{JK_S} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}\left\{y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet}\right\}^2 = \mathrm{JK_T} - \mathrm{JK_P}$$

The expected value of the treatment sum of squares is

$$E(SS_{\text{Treatments}}) = (a-1)\sigma^2 + n\sum_{i=1}^{a}\tau_i^2$$

and the expected value of the error sum of squares is

$$E(SS_E) = a(n-1)\sigma^2$$

III. DARI PARTISI JK DISUSUN TABEL ANOVA 1 JALAN ...

Sumber Variansi	**JK**	**db**	**RK**	**Fp**
Perlakuan	JKP	a-1	RKP=JKP/(a-1)	Fp=RKP/RKS
Sesatan	JKS	a(n-1)	RKS=JKS/a(n-1)	
Total	JKT	an-1		

iv. Daerah Kritis

$$\text{Tolak } H_0 \text{ jika } Fp > F_{db(perlakuan),db(sesatan)}$$

$$\text{Tolak } H_0 \text{ jika } Fp > F_{(a-1),(a(n-1))}$$