

INTERVAL KONFIDENSI DUA POPULASI

Presented by (K1313047) (K1313051)



A. SELISIH DUA RATA-RATA

1. $\mu_1 - \mu_2$ jika σ_1^2 dan σ_2^2 diketahui

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

2. $\mu_1 - \mu_2$ jika $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ tapi nilainya tak diketahui

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{\alpha/2, s_p} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{\alpha/2, s_p} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

dengan derajat bebas untuk distribusi t = v = $n_1 + n_2 - 2$ dan

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

Contoh 1.

Diketahui nilai ujian kimia yang diberikan pada 50 siswa putri dan 75 putra mempunyai rata-rata masing-masing 76 dan 86. Cari selang kepercayaan 96% untuk selisih $\mu_1 - \mu_2$! Anggap standar deviasi populasi untuk masing-masing putra dan putri adalah 8 dan 6.

$\bar{x}_1 = 86$ adl rata-rata nilai siswa putra, $n_1 = 75$ dan $\sigma_1 = 8$.

$\bar{x}_2 = 76$ adl rata-rata nilai siswa putri, $n_2 = 50$ dan $\sigma_2 = 6$.

$\alpha = 0.04 \rightarrow z_{0.02} = 2.05$ sehingga didapat

$$(86 - 76) - (2.05) \sqrt{\left(\frac{8^2}{75}\right) + \left(\frac{6^2}{50}\right)} < \mu_1 - \mu_2 < (86 - 76) + (2.05) \sqrt{\left(\frac{8^2}{75}\right) + \left(\frac{6^2}{50}\right)}$$

$$3.43 < \mu_1 - \mu_2 < 8.57$$

Contoh 2.

sampel random 12 buah punya berat rata-rata 3.11 gr dg st. deviasi 0.771 gr. sampel lain berjumlah 15 buah berat rata-rata 2.04 gr dan st. deviasi 0.448. estimasi perbedaan rata-rata tersebut dengan tingkat kepercayaan 90% !

Penyelesaian:

$\bar{x}_1 = 3.11$ adl rata-rata 1, $n_1 = 12$, $S_1 = 0.771$.

$\bar{x}_2 = 2.04$ adl rata-rata 2, $n_2 = 10$, $S_2 = 0.448$.

Diasumsikan varians sama, maka

$$S_p = \sqrt{\frac{(12-1)(0.771)^2 + (10-1)(0.448)^2}{12+10-2}} = 0.646$$

$$\alpha = 0.1 \rightarrow t^{0.05}_{db=12+10-2} = t^{0.05}_{db=20} = 1.725$$

Jadi, selang kepercayaan 90% untuk selisih rata-rata antara dua produk adalah

$$(3.11 - 2.04) - (1.725)(0.646) \left(\sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{10}} \right) < \mu_1 - \mu_2 <$$

$$(3.11 - 2.04) + (1.725)(0.646) \left(\sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{10}} \right)$$

$$0.593 < \mu_1 - \mu_2 < 1.547$$

3. $\mu_1 - \mu_2$ $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ tapi nilainya tidak diketahui

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_{\alpha/2, v} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_{\alpha/2, v} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

dengan derajat bebas (v) untuk distribusi t adalah

$$v = \frac{(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2)^2}{[(s_1^2/n_1)^2/(n_1 - 1)] + [(s_2^2/n_2)^2/(n_2 - 1)]}$$

Contoh 3.

penelitian kadar kimia-Ortofosfor, 15 sampel dikumpulkan dari stasion 1 dan 12 sampel dari stasion 2. 15 sampel dari stasion 1 punya rata-rata kadar ortofosfor 3.84 mg/l dan st. deviasi 3.07 mg/l, dan 12 sampel dari stasion 2 mempunyai rata-rata kadar 1.49 mg/l dg st. deviasi 0.80 mg/l. Cari selang kepercayaan 95% untuk selisih rata-rata kadar ortofosfor sesungguhnya, anggap bahwa pengamatan berasal dari populasi normal dengan varians yang berbeda!

$\bar{x}_1 = 3.84$ adl rata-rata kadar ortofosfor stasion 1, $n_1 = 15$, $S_1 = 3.07$.

$\bar{x}_2 = 1.49$ adl rata-rata kadar ortofosfor stasion 2, $n_2 = 12$, $S_2 = 0.80$.

Diasumsikan varians berbeda, maka

$$v = \frac{\left(\frac{3.07^2}{15} + \frac{0.80^2}{12} \right)^2}{\frac{\left(\frac{3.07^2}{15} \right)^2}{(15-1)} + \frac{\left(\frac{0.80^2}{12} \right)^2}{(12-1)}} = 16.3 \approx 16$$

$$\alpha = 0.05 \rightarrow t_{0.025, db=v} = t_{0.025, db=16} = 2.120$$

Jadi, selang kepercayaan 95% untuk selisih rata-rata kadar ortofosfor di stasion1 dengan stasion2 adalah

$$(3.84 - 1.49) - (2.120) \sqrt{\frac{3.07^2}{15} + \frac{0.80^2}{12}} < \mu_1 - \mu_2 < (3.84 - 1.49) + (2.120) \sqrt{\frac{3.07^2}{15} + \frac{0.80^2}{12}}$$
$$0.60 < \mu_1 - \mu_2 < 4.10$$

B. VARIANSI

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{(n-1, \alpha/2)}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{(n-1, 1-\alpha/2)}}$$

Contoh 4.

Mesin pengisi gandum ke dalam kemasan dirancang untuk bekerja mengisi gandum ke dalam kotak rata-rata sebanyak 25 kg. pemeriksaan terhadap 15 kotak menunjukkan deviasi standard pengisian gandum itu adalah 0,0894 kg. Estimasi deviasi standard populasi dg tingkat kepercayaan 95% !

$s = 0.089$; $s^2 = 0.08$; $n=15$; $v=n-1=14$; TK 95%; $\alpha = 1-0.95 = 0.05$

$$\frac{14(0,008)}{\chi^2_{0.025,14}} < \sigma_x^2 < \frac{14(0,008)}{\chi^2_{0.975,14}}$$

$$\frac{14(0,008)}{26,1} < \sigma_x^2 < \frac{14(0,008)}{5,63}$$



$$0,0043 < \sigma_x^2 < 0,0199$$
$$0,066 < \sigma_x < 0,141$$

C. RASIO DUA VARIANSI

$$\frac{s_1^2}{s_2^2} \frac{1}{f_{\frac{\alpha}{2}(\nu_1, \nu_2)}} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{s_1^2}{s_2^2} f_{\frac{\alpha}{2}(\nu_2, \nu_1)}$$

Contoh 5

Tes dikenakan pada 25 mahasiswa dan 16 mahasiswi. Rata-rata skor mahasiswa adalah 82 dg deviasi baku 8, sedangkan skor mahasiswi adalah 78 dg deviasi 7. interval konfidensi 98% dengan mengasumsikan bahwa distribusi nilai-nilai mereka adalah normal ?

$$n_1 = 25; n_2 = 16; s_1 = 8; s_2 = 7; F_{0,01;24,15} = 3,29; F_{0,01;15,24} = 2,89$$

diperoleh

$$\left(\frac{64}{49}\right) \frac{1}{329} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \left(\frac{64}{49}\right)(2.89)$$

$$0.397 < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < 3.775$$

$$0.630 < \frac{\sigma_1}{\sigma_2} < 1.943$$