BAB 4

DISTRIBUSI LIMIT DAN SAMPLING

DEFINISI 7.2.1

Jika $Y_n \sim G_n(y), n = 1,2,\ldots$ dan $G(y)$ adalah CDF

$\lim\limits_{n\to\infty} G_n(y) = G(y), \quad \forall y, G(y)$ kontinu

maka barisan $Y_1, Y_2, \ldots$ dikatakan konvergen dalam

distribusi $Y \sim G(y)$, dinotasikan $Y_n \xrightarrow{d} Y$

$G(y)$ disebut dengan distribusi limit Y_n

TEOREMA 7.3.1

$Y_1, Y_2, \ldots$ barisam variabel random dengan CDF $G_1(y), G_2(y), \ldots$

dan MGF $M_1(t), M_2(t), \ldots$

Jika $M(t)$ adalah MGF dari $G(y)$ dan

jika $\lim_{n\to\infty} M_n(t) = M(t), \quad \forall t \in -h < t < h$

maka $\lim_{n\to\infty} G_n(y) = G(y), \quad \forall y$ yang kontinu di dlm $G(y)$

CONTOH

$X_i \sim BIN(1, p)$

Jika $Y_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$ maka tentukan distribusi dari Y_n

DEFINISI 7.7.1

Barisan variabel random Y_n dikatakan konvergen dalam probabilitas Y

ditulis $Y_n \xrightarrow{p} Y$ jika $\lim_{n\to\infty} P\left[\left|Y_n - Y\right| < \varepsilon\right] = 1$

DISTRIBUSI SAMPLING

Definisi 8.2.1

Fungsi dari vr X_i , $T = \ell\left(X_1, X_2, \ldots, X_n\right)$ yang tidak tergantung parameter tidak diketahui disebut dengan statistik

ILUSTRASI

populasi

μ

σ^2

sampel

$\overline{X}$

S^2

$$\overline{X} = \sum_{i=1}^{n} \frac{X_i}{n}$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(X_i - \overline{X}\right)^2}{n-1}$$

statistik

TEOREMA 8.2.1

Jika $X_1, X_2, \ldots, X_n$ sampel random dari $f(x)$ dengan $E[X] = \mu, V(X) = \sigma^2$ maka

$$E[\overline{X}] = \mu, V(\overline{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$$

Contoh

Jika $S^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2}{n-1}$ maka buktikan $E[S^2] = \sigma^2$

TEOREMA 8.3.1

Jika $X_i \sim \mathrm{N}\left(\mu_{\mathrm{i}}, \sigma_i^2\right), \mathrm{i} = 1,2,\ldots$ variabel random independen

maka $Y = \sum_{i=1}^{n} a_i X_i \sim \mathrm{N}\left(\sum_{i=1}^{n} a_i \mu_i, \sum_{i=1}^{n} a_i^2 \sigma_i^2\right)$

DISTRIBUSI KHI KUADRAT

$\Rightarrow$ merupakan distribusi Gamma dengan parameter $\theta = 2, \kappa = \dfrac{\nu}{2}$

$\Rightarrow$ Jika $Y \sim GAM\left(2, \dfrac{\nu}{2}\right)$ maka $Y \sim \chi^2(\nu)$

Teorema 8.3.3

$$\text{Jika } X \sim GAM(\theta, \kappa) \text{ maka } Y = \frac{2X}{\theta} \sim \chi^2(2\kappa)$$