

ELIMINASI GAUSS NAIF



Pers Aljabar linear orde n

- $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = c_1$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = c_2$$

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots + a_{nn}x_n = c_n$$

Dasar Utama

menjadikan persamaan linear yang terdiri beberapa bilangan yang tidak diketahui menjadi satu bilangan tak diketahui (dengan membuat suatu matrik triangular atas)

$$\text{Triangular Atas : } \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ & & a_{33} & a_{34} \\ & & & a_{44} \end{pmatrix}$$

langkah dlm eliminasi gaus

1. Susun matrik untuk persamaan yang akan diselesaikan.
2. Gunakan operasi penjumlahan sederhana antar baris untuk memperoleh matrik triangular atas.
3. Tulis kembali baris terbaru dalam persamaan matrik.
4. Selesaikan sistim persamaan terbaru dengan cara substitusi mundur.

Contoh :

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11$$

$$4x_1 + 3x_2 + 10x_3 = 28$$

$$2x_1 + 4x_2 + 17x_3 = 31$$

- Tahap I : Triangularisasi

1. Eliminasi x_1 dari persamaan kedua dan ketiga

2. Persamaan pertama dikalikan dengan 2 untuk mengeliminasi x_1 pada persamaan kedua ; persamaan pertama dikalikan dengan 1 untuk mengeliminasi x_1 pada persamaan ketiga :

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11$$

$$x_2 + 4x_3 = 6$$

$$3x_2 + 14x_3 = 20$$

2. Persamaan kedua dikalikan dengan 3 untuk Mengeliminasi x_2 pada persamaan ketiga

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11$$

$$x_2 + 4x_3 = 6$$

$$2x_3 = 2$$

Tahap II : **Substitusi Balik** (*Back Substitution*)

Dimulai dari baris ketiga (baris terakhir, baris ke n), langsung dapat dihitung bahwa : $x_n = b_n / a_{n,n}$

Maka dihasilkan

$$[\bar{x}] = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ALGORITMA

Misal pers
$$\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \dots & a_{n,n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix}$$

- Pilih harga $a_{1,1}^{(1)}$ demikian rupa yang tidak berharga nol. Tentukan ‘pengali baris’ sebagai berikut:

$$m_{i,k} = a_{i,k}^{(k)} / a_{k,k}^{(k)}; \quad i = k+1, \dots, n$$

- konstanta-konstanta pengali baris (m) di atas digunakan untuk melakukan ‘eliminasi’ term-term x_k pada persamaan 2 sampai ke- n ,

$$a_{i,j}^{(k+1)} = a_{i,j}^{(k)} - m_{i,k} \cdot a_{k,j}^{(k)}$$

$$b_i^{(k+1)} = b_i^{(k)} - m_{i,k} \cdot b_k^{(k)}; \quad i, j = 2, \dots, n$$



- eliminasi dilanjutkan untuk kolom-kolom 2, 3 sampai ke n ,
- Substitusi balik dengan persamaan

$$x_n = b_n^{(n)} / a_{n,n}^{(n)}$$

- Dilanjutkan ke x sebelumnya

$$x_k = \frac{1}{a_{k,k}^{(k)}} \left(b_k^{(k)} - \sum_{j=k+1}^n a_{k,j}^{(k)} \cdot x_j \right); \quad k = n-1, n-2, \dots, 1$$



ALGORITMA eliminasi_gauss_naif;

DEKLARASI

```
N, i, j, k, nx : integer;  
A: array[1..15,1..16] of real;  
X: array[1..15] of real;  
QT, sum: real;
```

DESKRIPSI

```
Read(N) {banyaknya pers }  
for i:=1 to N do {A: matriks koef }  
  for j:=1 to N+1 do {dan konst ruas }  
    read(A[i,j]) {kanan N pers }  
  endfor  
endfor  
  
for k:=1 to N-1 do {eliminasi ke }  
  {j:=k} { }  
  for i:=k+1 to N do {depan }  
    QT:=A[i,k]/A[k,k]  
    for j:=k+1 to N+1 do  
      A[i,j]:=A[i,j]-QT*A[k,j]  
    endfor  
  endfor  
  for i:=k+1 to N do  
    A[i,k]:=0  
  endfor  
endfor  
X[N]:=A[N,N+1]/A[N,N] {substitusi ke }  
for nx:=1 to N-1 do {belakang }  
  sum:=0  
  i:=N-nx  
  for j:=i+1 to N do  
    sum:=sum+A[i,j]*X[j]  
  endfor  
  X[i]:=(A[i,N+1]-sum)/A[i,i]  
endfor  
  
for i:=1 to N do {X: matriks }  
  writeln(X[i]) {penyelesaian }  
endfor
```



```

C PROGRAM Solusi Sistem Persamaan Aljabar Linier (SPAL) atau
C atau Persamaan Aljabar Linier Simultan

C Deklarasi Jenis dan Variabel:
C -----
C IMPLICIT NONE
C INTEGER iarg
C PARAMETER (iarg = 7)
C INTEGER i,j,k,neq
C REAL*8 A(iarg,iarg)
C REAL*8 b(iarg),x(iarg)

C CALL system('clear')

C Proses Pemasukan Harga Variabel:
C -----
C WRITE(*,10) 'Jumlah Persamaan : '
C READ(*,*) neq
C DO i = 1,neq
C   DO j = 1,neq
C     WRITE(*,20) 'A(',i,',',j,') : '
C     READ(*,*) A(i,j)
C   ENDDO
C   WRITE(*,30) 'b(',i,') : '
C   READ(*,*) b(i)
C ENDDO

C Proses Pemanggilan Subprogram Eliminasi Gauss-Jordan:
C -----
C CALL EGAUSS(neq,A,x,b)

C Pemaparan/penyajian Hasil Perhitungan:
C -----

```

```

SUBROUTINE PGAUSS(n,A,x,b)
C -----
C SUBPROGRAM ELIMINASI GAUSS dengan TEKNIK PIVOTING
C -----

C Deklarasi Variabel:
C -----
C INTEGER n
C REAL*8 A(7,7),b(n),x(n)
C INTEGER i,j,k
C REAL*8 PIVOT,PIVMAX,MULT,TOP
C INTEGER KPOS,ipos(7),itemp

C Proses solusi: (a) Substitusi dan Eliminasi
C -----
C DO i = 1,n
C   ipos(i) = i
C ENDDO

C DO j = 1,n-1
C   Mencari PIVOT terbesar:
C   -----
C   PIVMAX = ABS(A(j,j))
C   KPOS = j
C   DO i = j+1,n
C     IF (ABS(A(i,j)) .GT. PIVMAX) THEN
C       PIVMAX = ABS(A(i,j))
C       KPOS = i
C     ENDIF
C   ENDDO
C   IF (KPOS .NE. j) THEN
C     itemp = ipos(j)
C     ipos(j) = ipos(KPOS)
C     ipos(KPOS) = itemp
C   ENDIF
C   Akhir pencarian PIVOT terbesar:
C   -----
C   write(*,*) 'i-pos = ',ipos(j)

C   PIVOT = A(ipos(j),j)
C   DO i = j+1,n
C     itemp = ipos(i)
C     MULT = A(itemp,j)/PIVOT
C     DO k = j+1,n
C       A(itemp,k) = A(itemp,k) - MULT*A(ipos(j),k)
C     ENDDO
C     b(itemp) = b(itemp) - MULT*b(ipos(j))
C   ENDDO
C ENDDO

C Proses solusi: (b) Substitusi Balik
C -----
C x(n) = b(ipos(n))/A(ipos(n),n)
C DO i = n-1,1,-1
C   itemp = ipos(i)
C   TOP = b(itemp)
C   DO k = i+1,n
C     TOP = TOP - A(itemp,k)*x(k)
C   ENDDO
C   x(i) = TOP/A(itemp,i)
C ENDDO

```

TUGAS

- ▶ Buatlah program dari algoritma di atas dalam bentuk modular, yaitu terdiri dari sub program isi matriks A, sub program eliminasi gauss naif, dan sub program menulis matrik penyelesaian. Kembangkan program anda agar user friendly
- ▶ Gunakan program yang telah disusun untuk menyelesaikan n persamaan berikut:

1. $3x_1 - 0,1x_2 - 0,2x_3 = 7,85$
 $0,1x_1 + 7x_2 - 0,3x_3 = -19,3$
 $0,3x_1 - 0,2x_2 + 10x_3 = 71,4$

2. $70x_1 + x_2 = 636$
 $60x_1 - x_2 + x_3 = 518$
 $40x_1 - x_3 = 307$

- ▶ Jika sudah tambahkan dalam program anda, sub program untuk mengetes apakah penyelesaian yang dihasilkan memenuhi n persamaan masukannya.



Ibu sudah tidak
Memimpin Negeri ini,
Tapi ingat yaa ...!!!

Lebih baik belajar

Karena minggu depan Quiz
Semoga berhasil..!