



INTEGER PROGRAMMING

Oleh:

Dimas Rahadian AM, S.TP. M.Sc

Email: rahadiandimas@yahoo.com

JURUSAN ILMU DAN TEKNOLOGI PANGAN
UNIVERSITAS SEBELAS MARET
SURAKARTA

CONTOH SOAL !

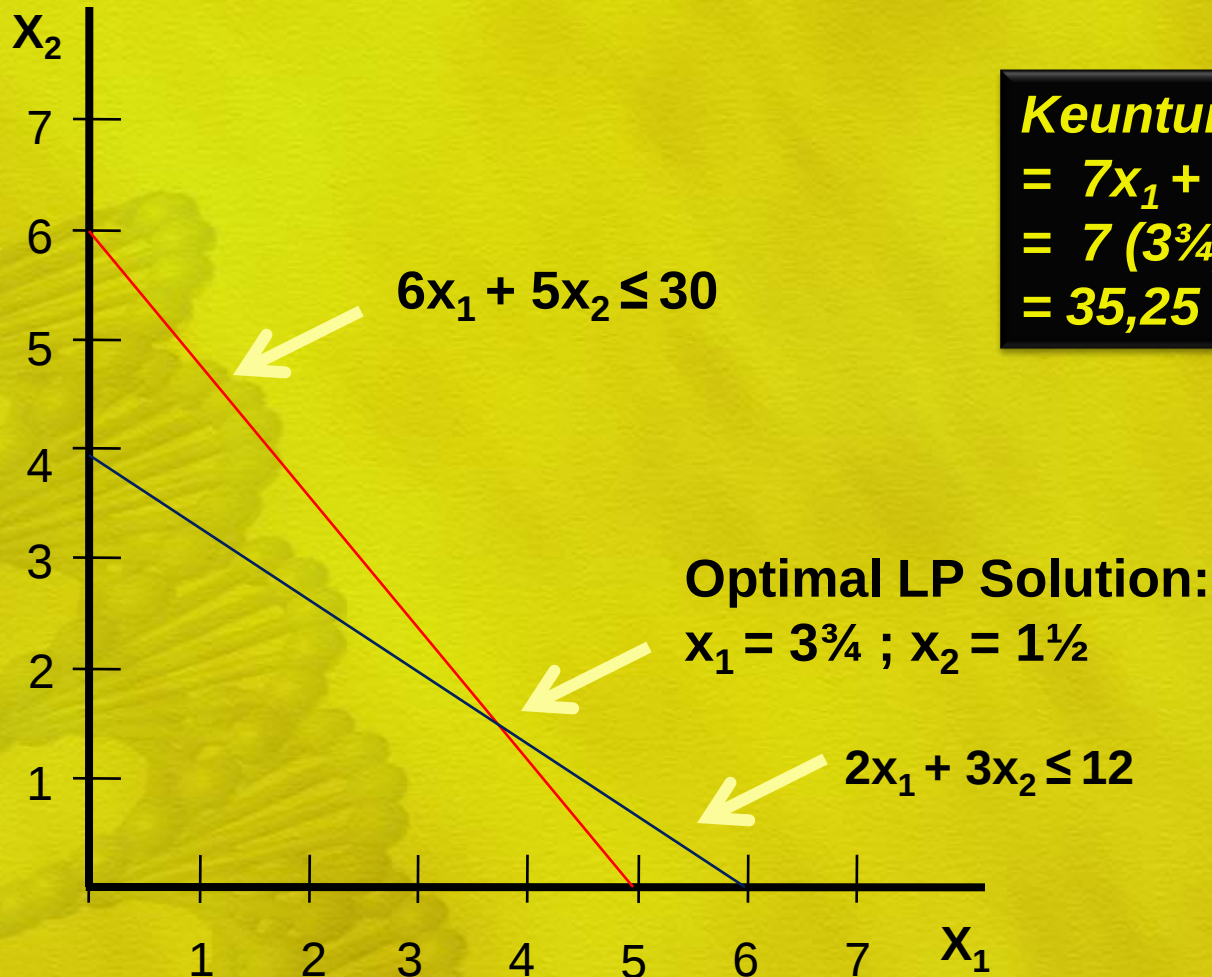
Sebuah perusahaan jus buah curah “JASJUS TAMBUNAN” memproduksi 2 jenis produk, yaitu jus jeruk dan jus jambu. Masing-masing produk tersebut membutuhkan 2 tahapan produksi, yaitu ekstraksi dan penyaringan. Waktu ekstraksi adalah 2 jam untuk jus jeruk dan 3 jam untuk jus jambu. Sedangkan waktu penyaringan adalah 6 jam untuk jus jeruk dan 5 jam untuk jus jambu. Perusahaan tersebut hanya mempunyai waktu untuk ekstraksi 12 jam, dan waktu untuk penyaringan 30 jam kerja per minggu. Jus jeruk memberikan keuntungan 70.000 per literanya sedangkan jus jambu 60.000 per literanya, tentukan banyaknya jus jeruk dan jus jambu yang sebaiknya diproduksi untuk mendapatkan keuntungan yang maksimal!

TENTUKAN MODEL MATEMATISNYA !



- Jika: $x_1 = \text{jus jeruk}$
 $x_2 = \text{jus jambu}$
- Maksimisasi profit: $7x_1 + 6x_2$
- Ditujukan pada: $2x_1 + 3x_2 \leq 12$
 $6x_1 + 5x_2 \leq 30$
 $x_1, x_2 \geq 0$

SELESAIKAN DENGAN METODE GRAFIS !



Keuntungan maksimal
 $= 7x_1 + 6x_2$
 $= 7 (3\frac{3}{4}) + 6 (1\frac{1}{2})$
 $= 35,25$

Dari hasil ini dapat diketahui pabrik harus memproduksi $3\frac{3}{4}$ kilo liter jus jeruk dan $1\frac{1}{2}$ kilo liter jus jambu untuk mencapai keuntungan maksimal



Perhitungan ini tidak masalah karena produk dapat dijual dengan jumlah pecahan



Lalu bagaimana jika produknya berbeda?

CONTOH SOAL !

Sebuah perusahaan mesin pengolah pangan “ESEMKA” memproduksi 2 jenis produk, yaitu *drumdryer* dan *spraydryer*. Masing-masing produk tersebut membutuhkan 2 tahapan produksi, yaitu kelistrikan dan perakitan. Waktu kelistrikan adalah 2 jam untuk *drumdryer* dan 3 jam untuk *spraydryer*. Sedangkan waktu perakitan adalah 6 jam untuk *drumdryer* dan 5 jam untuk *spraydryer*. Perusahaan tersebut hanya mempunyai waktu untuk kelistrikan 12 jam, dan waktu untuk perakitan 30 jam kerja per minggu. *Drumdryer* memberikan keuntungan 70 juta per unitnya, sedangkan *spraydryer* 60 juta per unitnya, tentukan banyaknya *drumdryer* dan *spraydryer* yang sebaiknya diproduksi untuk mendapatkan keuntungan yang maksimal!

Dengan cara yang sama (Linear Programming / LP), akan diperoleh jawaban, perusahaan akan memperoleh keuntungan maksimal apabila memproduksi

$$x_1 = \text{drum dryer} = 3\frac{3}{4} \text{ unit}$$

$$x_2 = \text{spray dryer} = 1\frac{1}{2} \text{ unit}$$

TETAPI.....



Siapa yang mau membeli alat yang tidak utuh???

INTEGER PROGRAMING...



- Integer programming (pemrograman bulat) digunakan untuk memodelkan permasalahan yang variabelnya tidak mungkin berupa bilangan tidak bulat
- Cara penyelesaian :
 - Metode Round Off
 - Metode Branch and Bound (Algoritma percabangan)
 - Metode Gomory / Cutting Plane (Algoritma pemotongan)

METODE ROUND OFF



Pemecahan paling mudah dari contoh soal di atas adalah pembulatan (Metode Round Off). Dari solusi optimal kita lakukan pembulatan menjadi :

$$x_1 = \text{drumdryer} = 4 \text{ unit} ; x_2 = \text{spraydryer} = 2 \text{ unit}$$



TETAPI TIDAK MUNGKIN !

(karena berada diluar area → lihat gambar)



Sehingga yang paling memungkinkan

$$x_1 = \text{drumdryer} = 4 \text{ unit} ; x_2 = \text{spraydryer} = 1 \text{ unit}$$

Drumdryer (x_1)	Spraydryer (x_2)	Keuntungan ($7x_1 + 6x_2$)
0	0	0
1	0	7
2	0	14
3	0	21
4	0	28
5	0	35
0	1	6
1	1	13
2	1	20
3	1	27
4	1	34
0	2	12
1	2	19
2	2	26
3	2	33
0	3	18
1	3	25
0	4	24



Solusi optimal
Integer programming



Solusi optimal
Round Off

METODE PERCABANGAN

Dari persoalan di atas telah didapatkan hasil

$$x_1 = 3\frac{3}{4} ; x_2 = 1\frac{1}{2} ; \text{profit} = 35,25$$

Karena $x_1 = 3\frac{3}{4}$ (tidak bulat), maka dicabangkan jadi dua:

CABANG A

Maksimisasi profit: $7x_1 + 6x_2$

Ditujukan pada: $2x_1 + 3x_2 \leq 12$
 $6x_1 + 5x_2 \leq 30$
 $x_1 \geq 4$

Dengan LP sederhana:

$x_1 = 4$ maka $x_2 = 1,2$; profit = 35,2

BELUM FEASIBLE !

CABANG B

Maksimisasi profit: $7x_1 + 6x_2$

Ditujukan pada: $2x_1 + 3x_2 \leq 12$
 $6x_1 + 5x_2 \leq 30$
 $x_1 \leq 3$

Dengan LP sederhana:

$x_1 = 3$ maka $x_2 = 2$; profit = 33

SUDAH FEASIBLE !

Dari percabangan A:

$x_1 = 4$ maka $x_2 = 1,2$; profit = 35,2

Karena $x_2 = 1,2$ (tidak bulat), maka dicabangkan jadi dua:

CABANG C

Maksimisasi profit: $7x_1 + 6x_2$

Ditujukan pada: $2x_1 + 3x_2 \leq 12$

$$6x_1 + 5x_2 \leq 30$$

$$x_1 \geq 4$$

$$x_2 \geq 2$$

LIHAT DI GAMBAR! Syarat $x_1 \geq 4$ dan $x_2 \geq 2$ di luar area, maka tidak feasible, **maka percabangan dihentikan !**

CABANG D

Maksimisasi profit: $7x_1 + 6x_2$

Ditujukan pada: $2x_1 + 3x_2 \leq 12$

$$6x_1 + 5x_2 \leq 30$$

$$x_1 \geq 4$$

$$x_2 \leq 1$$

Dengan LP sederhana:

$x_2 = 1$ maka $x_1 = 4 \frac{1}{4}$; profit = 35,16

BELUM FEASIBLE !

LANJUTKAN !



Dari percabangan D didapatkan:

$x_2 = 1$ maka $x_1 = 4 \frac{1}{4}$; profit = 35,16

Karena $x_1 = 4 \frac{1}{4}$ (tidak bulat), maka dicabangkan jadi dua:

CABANG E

Maksimisasi profit: $7x_1 + 6x_2$

Ditujukan pada: $2x_1 + 3x_2 \leq 12$

$6x_1 + 5x_2 \leq 30$

$x_1 \geq 4$

$x_2 \leq 1$

$x_1 \leq 4$

Dengan LP sederhana:

$x_1 = 4$ maka $x_2 = 1$; profit = 34

SUDAH FEASIBLE !

CABANG F

Maksimisasi profit: $7x_1 + 6x_2$

Ditujukan pada: $2x_1 + 3x_2 \leq 12$

$6x_1 + 5x_2 \leq 30$

$x_1 \geq 4$

$x_2 \leq 1$

$x_1 \geq 5$

Dengan LP sederhana:

$x_1 = 5$ maka $x_2 = 0$; profit = 35

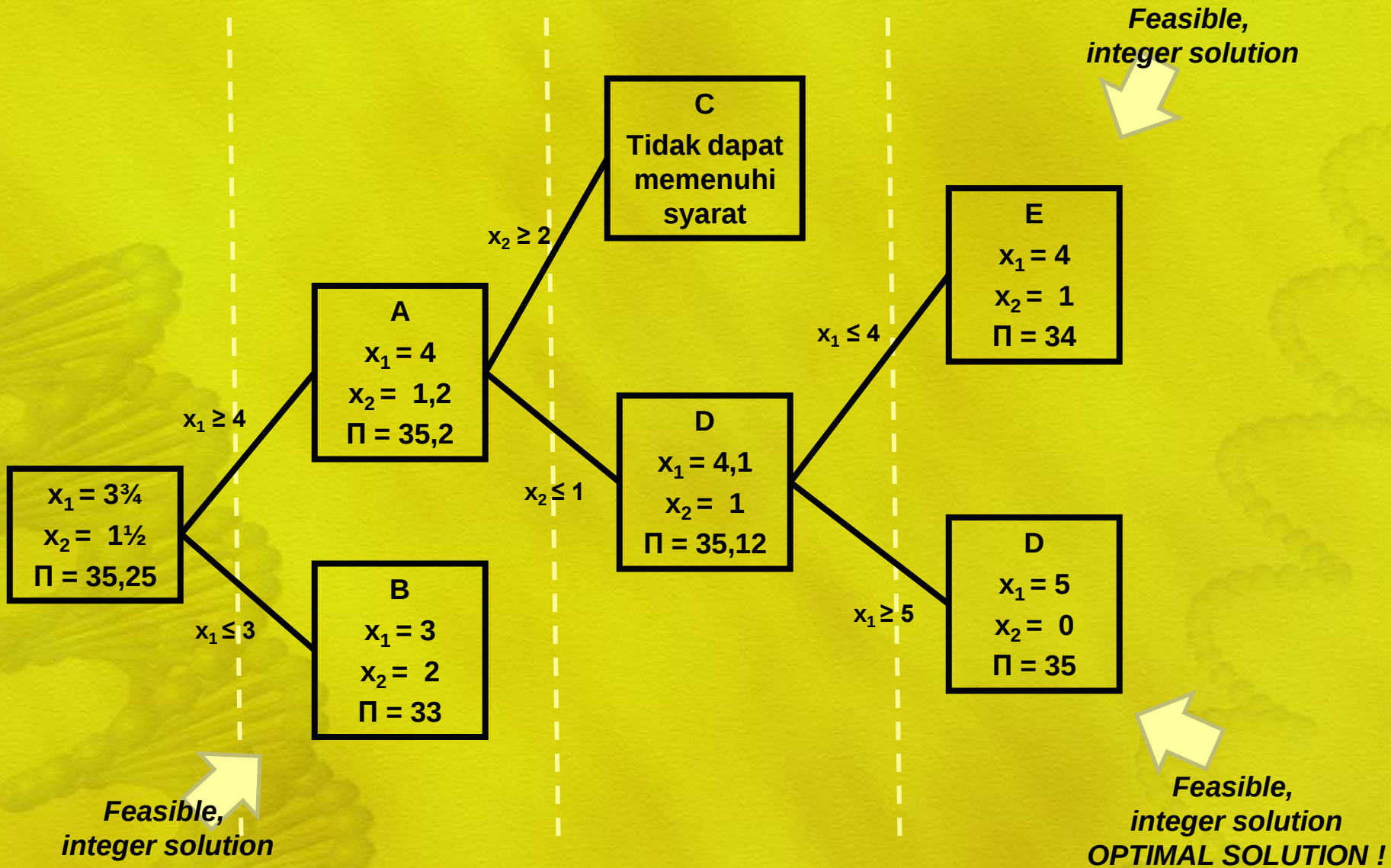
SUDAH FEASIBLE !



Iterasi 1

Iterasi 2

Iterasi 3





Hasil dari integer programming **tidak akan pernah** melebihi nilai keuntungan optimal dari solusi LP

Pada kasus di atas keuntungan dari LP adalah **35,25** ; sedangkan keuntungan dari integer programming hanya **35**

TERIMA KASIH